

## Tietorakenteet ja algoritmit I / tentti 2011-12-22

1. (a) Pitävätkö seuraavat väitteet paikkansa? Perustele vastauksesi todistamalla kukin väite oikeaksi tai virheelliseksi.

- I.  $T(n) = n^2 \log_2 n + 2n + 300 = O(n^2)$  (1 piste)
- II.  $T(n) = 11n^3 + 6n^2 + 2n + 8 = O(n^5)$  (1 piste)
- III.  $T(n) = 3n^3 + 7 = \Theta(n^3)$  (1 piste)

(b) Ratkaise rekursioyhtälö  $T(n) = T(n-1) + n + 1$ . Voit olettaa, että  $T(0) = 0$ . (3 pistettä)

2. Tarkastele *kekolajittelu*algoritmia. Esittele menetelmän toiminta pääpiirteittäin. Selvitä perustellen, mikä on algoritmin aikakompleksisuus parhaassa ja pahimmassa tapauksessa. Käytä algoritmin toiminnan kuvaamiseksi tarvittaessa apuna esimerkkejä. (6 pistettä)

3. (a) Esitä, miten luennoilla pikalajittelun yhteydessä esitetty *partitiointialgoritmi* toimii syötteen ollessa

$A = 6, 11, 8, 2, 4, 7, 9, 3, 10, 1, 5$ . (3 pistettä)

- (b) Seuraava algoritmi määrää *kahden merkkijonon pisimmän yhteisen alijonon* (lyh. PYA) *pitouden*. Analysoi algoritmin aikakompleksisuus. Syötejonot annetaan parametrien  $X$  ja  $Y$  ja niiden pituudet samassa järjestyksessä parametrien  $m$  ja  $n$  välityksellä. Voit olettaa, että algoritmin rivillä 9 kutsuttava funktio MAKSIMI palauttaa kahden argumenttinsa maksimin vakioajassa. (3 pistettä)

```
KAHDEN_JONON_PYAN_PITUUS(X, m, Y, n)
1 FOR i := 0, 1, 2, ... m DO
2   T[i, 0] := 0
3 FOR j := 1, 2, ..., n DO
4   T[0, j] := 0
5 FOR i := 1, 2, ..., m DO
6   FOR j := 1, 2, ..., n DO
7     IF X[i] = Y[j]
8       THEN T[i, j] := T[i-1, j-1] + 1
9       ELSE T[i, j] := MAKSIMI(T[i-1, j], T[i, j-1])
10 RETURN T[m, n]
```

4. (a) Miten *laskentalajittelu* toimii, kun syötteenä ovat seuraavat luvut? Etukäteen tiedetään, että syötteessä esiintyvät luvut voivat olla vaihteluväliltä 0..10 rajat mukaan lukien.

$A = 7, 0, 0, 2, 9, 4, 6, 7, 3, 3, 1, 1, 2, 9, 8, 1, 3, 2, 1, 1, 9, 6$  (3 pistettä)

- (b) Esitä, miten *nippulajittelu* toimii, kun syötteenä annetaan seuraavat avaimet: (3 pistettä)

$A = 0.18, 0.39, 0.34, 0.67, 0.91, 0.03, 0.73, 0.87, 0.19, 0.06, 0.97, 0.49, 0.70, 0.26, 0.51, 0.62, 0.58, 0.28, 0.29, 0.11$ .

5. (a) Selvitä, mitä tarkoitetaan *ketjutuksella* ja *avoimella osoitteenannolla* hajautustaulujen käsittelyn yhteydessä, ja mihin niitä käytetään. (4 pistettä)

- (b) Kirjoita algoritmi, joka *lisää solmun*  $x$  kahteen suuntaan linkitettyyn ei-rengasrakenteiseen listaan  $L$ . Huomioi vastauksessasi tilanne, että  $L$  on alun perin mahdollisesti tyhjä lista. Voit olettaa, että listan attribuutti  $alku[L]$  sisältää osoittimen listan  $L$  alkuun. (2 pistettä)