

Matematiikan peruskurssi C, 5.3.2010

Tentin pituus n. 3 tuntia

1. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x - 2y + z = 5 \\ 2x - 6y + 5z = 20 \\ 3x + 10y - 4z = 3 \end{cases}$$

käyttämällä eliminointimenetelmää tai alkeismuunnoksia.

2. Olkoon a mielivaltainen reaaliluku. Laske determinantti

$$\begin{vmatrix} a & a & a & a \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a \end{vmatrix}$$

käyttämällä determinanttien laskusääntöjä. Millä a :n arvoilla determinantti saa arvon nolla?

3. a) Suoran L yhtälö on

$$\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{3} = -z$$

ja tason T yhtälö on $3x + 2y - z = 1$. Etsi suoran L ja tason T leikkauspiste.

b) Etsi sellainen vektori \bar{v} , joka on kohtisuorassa suoran L suuntavektoria ja tason T normaalivektoria vastaan ja jonka pituus on 1 ja ensimmäinen koordinaatti on positiivinen.

4. a) Kirjoita kompleksiluku

$$z = \frac{2+i}{2-i} + \sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{16} + i \sin \frac{\pi}{16})^4$$

muodossa $a + bi$, missä $a, b \in \mathbb{R}$.

b) Puolella hintaa myytävistä hehkulampuista $\frac{1}{3}$ on viallisia. Asiakas ostaa 4 lampua. Millä todennäköisyydellä asiakas saa ainakin 2 ehjää lampua?