

Analyysin täydennyskurssi

13. 5. 2014

4 tuntia

1. Määritellään lukujono (a_n) seuraavalla tavalla: $a_1 = 5$,

$$a_{n+1} = 4 - \frac{3}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Suppeneeko (a_n) ? Jos suppenee, niin laske sen raja-arvo.

2. Jaa

$$\frac{5 - 15x + 11x^2 - 2x^3}{2x^2 - 7x + 6}$$

osamurtoihin.

3. Olkoon $f(x) = (x^2 - 2x + 2)^{-1}$. Osoita, että jos

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad (|x| < \sqrt{2})$$

ja $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ on funktion $\ln f(x)$ Maclaurinin sarja, niin

$$c_n = 2(a_{n-1} - a_{n-2})/n$$

aina, kun $n \geq 2$. Määritä myös c_0 ja c_1 .

4. Osoita, että

$$\int_A \frac{1 + 3x/2}{x^2 + y^2 + 2} dx dy = -3\sqrt{3} + \pi \ln(2e),$$

kun A on ehtojen $x^2 + y^2 \leq 6$ ja $x \leq y$ rajoittama joukko.