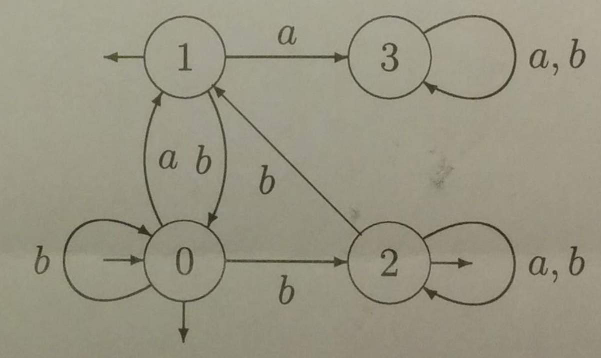
Diskreetti matematiikka II
Tentti 14.4.2014 (3h)

1. (a) Määrittele ns. Fibonaccin luvut F_n ($n \geq 0$) rekursiivisesti.
   (b) Osoita induktiolla, että kaikilla $n \geq 1$
   $$\sum_{i=0}^{n} F_i^2 = F_n F_{n+1}.$$

2. (a) Esitä Boolen algebran atomin määritelmä.
   (b) Olkoot $X = \{p, q, r\}$. Esitä osajoukkojen Boolen algebran $\mathcal{P}(X)$ Hassen kaavio. Mitkä ovat Boolen algebran $\mathcal{P}(X)$ atomit.

3. Ratkaise rekursio $u_0 = 3$, $u_1 = -4$, ja $u_{n+2} = -u_{n+1} + 6u_n$.

4. (a) Muuta alla oleva automaatti deterministiseksi käyttäen osajoukkokonstruktiota. Tunnistettavan kielen pitää pysyä samana.



   (b) Osoita, että aakkoston $\{a, b\}$ palindromien kieli
   $$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$$
   ei ole säännöllinen.

Boolen algebran lait:

(B1) $x + (y + z) = (x + y) + z$,
(B2) $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$,
(B3) $x + y = y + x$
(B4) $x \cdot y = y \cdot x$
(B5) $x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$,
(B6) $x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$
(B7) $x + 0 = x$
(B8) $x \cdot 1 = x$
(B9) $x + \bar{x} = 1$
(B10) $x \cdot \bar{x} = 0$.