

Geometria 21.12. 2016 (3h)

1 Tee lyhyesti selkoa kolmion merkittävistä pisteistä ja niitä koskevista perustuloksista (ilman todistuksia).

2 Olkoot $\triangle ABC$ suorakulmainen kolmio, missä $\angle B = 90^\circ$ ja D piste sivulta AC , jolle $BD \perp AC$. Osoita, että

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 + 2 \cdot BD \cdot DC.$$

3 (a) Esitä Menelauksen ja Cevan lauseet (ilman todistuksia).

(b) Olkoot $\triangle ABC$ kolmio ja pisteet $P \in AB$ ja $Q \in BC$ kolmion sivuilta niin, että

$$BP = 3 \cdot PA \quad \text{ja} \quad BQ = 4 \cdot QC.$$

Missä suhteessa piste $R = \ell(A, Q) \cap \ell(C, P)$ jakaa janan CP ?

4 (a) Oletetaan, että suorat a ja b eivät ole yhdensuuntaiset. Millainen isometria on peilausten ρ_a ja ρ_b yhdiste $\rho_b \rho_a$? (Esitä tarkka perustelu ja tarkka vastaus.)

(b) Olkoot a ja b leikkaavat suorat ja A kiinnitetty piste niiden kulmassa kuten kuvassa. Etsi pisteet $X \in a$ ja $Y \in b$ niin, että reitti $AXYA$ on lyhin mahdollinen. (Esitä tarkka perustelu.)

