

Lineaarialgebra (sivuaineopiskelijat),
2. välikoe, 14.12.2017

Koe kestää noin 3 tuntia. Kirjoita vastaustesi perustelut ja välivaiheet näkyviin, pelkistä vastauksista (esimerkiksi laskimesta) ei saa pisteitä.

1. Laske *alkeismuunnoksien avulla* matriisin

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 3 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

käänteismatriisi.

2. Tarkastellaan matriisia

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

a) Laske matriisin A ominaisarvot.

b) Jos mahdollista, diagonalisoi matriisi A (eli anna matriisi P ja diagonaalimatriisi D , joille $P^{-1}AP = D$).

3. a) Olkoon aliavaruuden $U \subseteq \mathbb{R}^4$ kantana

$$\mathcal{B} = \{(-1, 0, 1, 1), (-1, 0, 2, 0)\}.$$

Ortogonalisoi Gramin-Schmidtin menetelmällä kanta \mathcal{B} ja anna lisäksi ortonormaalikanta aliavaruudelle U .

b) Tarkastellaan lineaarikuvausta

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4, f(x, y, z) = (2x + 2y + z, x + 3y + 2z, 5x - y - 2z, -x - 3y - 2z).$$

Onko kuvaus f injektio?

4. a) Mikä on kannanvaihdon matriisi, kun avaruuden \mathbb{R}^3 luonnollinen kanta kiertetään terävän kulman α verran y -akselin ympäri myötäpäivään (katsottaessa origoa pisteestä $(0, 1, 0)$).

b) Anna neliömuodon $g(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - xy + yz$ matriisi.