

Matematiikan peruskurssi 3

Tentti 14.6.2017 (~ 3 tuntia)

1. (a) Laske integraali

$$\int (x^3 + \frac{1}{x^2} - 3e^x) dx$$

(oletetaan, että $x > 0$).

- (b) Laske integraali

$$\int \frac{4x^3 + 2x}{x^4 + x^2 + 2} dx.$$

2. (a) Perustele seuraava kaava (esimerkiksi derivoimalla tai osittaisintegroinnilla):

$$\int x \cos x dx = x \sin x + \cos x + C.$$

- (b) Laske käyrän $y = x \cos x$ ja x -akselin väliin jäävän alueen pinta-ala välillä $0 \leq x \leq \pi/2$.

3. (a) Miten määritellään kahden muuttujan funktion globaali minimiarvo? (Ei siis tarvitse kertoa, miten se löydetään, vaan ainoastaan, mitä se tarkoittaa.)

- (b) Mikä on funktion $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2y$ globaali minimiarvo? (Määrittelyjoukkona on koko reaalitaso \mathbb{R}^2 . Oletetaan tunnetuksi, että f saavuttaa pienimmän arvonsa jossakin pisteessä.)

4. (a) Laske seuraavan sarjan summa tai perustele, että sarja hajaantuu:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots$$

- (b) Laske seuraavan sarjan summa tai perustele, että sarja hajaantuu:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3}{2n^2 + n}$$