

# Matematiikan peruskurssi 3

Tentti 27.2.2017 (~ 3 tuntia)

1. (a) Laske integraali

$$\int (2x^3 + \frac{1}{x} - \sqrt{2x}) dx.$$

(Tässä oletetaan tietysti, että  $x > 0$ .)

- (b) Laske integraali

$$\int x^2(x^3 - 2)^4 dx.$$

2. (a) Laske (esimerkiksi osittaisintegroinnilla) integraali

$$\int x \sin x dx.$$

- (b) Laske käyrän  $y = x \sin x$  ja  $x$ -akselin väliin jäävän alueen pinta-ala välillä  $0 \leq x \leq \pi$ .

3. (a) Miten määritellään kahden muuttujan funktion lokaali minimikohta? (Ei siis tarvitse kertoa, miten ne löydetään, vaan ainoastaan, mitä se tarkoittaa.)

- (b) Mikä on funktion  $f(x, y) = x^4 - 4x^3 + y^2$  pienin arvo? (Määrittelyjoukko on koko reaalitaso  $\mathbb{R}^2$ . Oletetaan tunnetuksi, että  $f$  saavuttaa pienimmän arvonsa jossakin pisteessä.)

4. (a) Muodosta funktion  $f(x) = e^x + e^{2x}$  Maclaurinin sarja. Esitä vastaus muodossa

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n,$$

missä  $a_n$ :n paikalla on sopiva lauseke. Voit tietysti hyödyntää tunnettua Maclaurinin sarjaa

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n.$$

- (b) Laske

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1 + 2^n}{n!}.$$