

Taakkaa seuraavista viidestä tehtävästä neljään. Saat valita tehtävät vapaasti.

Työskentely kestänyt 3 tuntia.

Seuraava taulukko on kurssilla jaettu yhden sivun kaavakokoelma.

- a. Miten arkussini määritellään? Selitä tarkasti. (Siis kyse on funktiosta $\arcsin x$.)
- b. Kirjoita käänteisfunktion derivointia koskeva yleinen kaava (ei tarvitse todistaa) ja johda sen avulla arkussinin derivaatan lauseke.

Todista induktiolla kaava $1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1)$ ($n \geq 1$). Vasen puoli on sama kuin $\sum_{i=1}^n (4i - 3)$.

(Muitakin keinoja tämän todistamiseen olisi, mutta nyt kysytään nimenomaan induktiotoodistusta.)

Laske seuraavista raja-arvoista kolme. Jos lasket neljännekin, saat pari lisäpistettä.

a. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^3 + 2x^2 + x + 2}{x + 1}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^5 + x^2} - \frac{1}{x^4 + x^2} \right)$

c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{4x}$

d. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 3}{x + 1} \right)^{3x-2}$

a. Ratkaise yhtälö $\sin 3x + \sin 4x = 0$.

b. Ratkaise epäyhtälö $\frac{2 \cos x + 1}{\sin x} > 0$.

Olkoon $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x + 1}$, missä $x \geq 0$.

a. Etsi $f(x)$:n lokaaliset ääriarvot kun $x > 0$.

b. Hahmottele f :n kuvaajaa. Selvitä sitä varten vielä ainakin $f(x)$:n raja-arvo, kun $x \rightarrow \infty$, sekä kuvaajan tangentti kohdassa $x = 0$. Perustelut näkyviin!