

Vastaa seuraavista viidestä tehtävästä *neljään*. Saat valita tehtävät vapaasti.

Tentti kestää 3 tuntia.

Ainoa sallittu taulukko on kurssilla jaettu yhden sivun kaavakokoelma.

1. a. Kirjoita geometrisen sarjan $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ suppenemista ja summaa koskeva lause ($q \in \mathbb{R}$)
Muotoile kunnolla.

b. Todista a-kohdan lause. Kysytään siis monisteen todistusta.

c. Kerro seuraavista sarjoista, suppeneeko sarja, ja jos suppenee, niin mikä on summa

$$(i) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{5^{n+1}} \quad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{2^n 4^n}$$

2. Laske integraalit

~~a.~~ $\int x e^{x^2} dx,$

~~b.~~ $\int x \cos x dx,$

~~c.~~ $\int x \sqrt{1+2x} dx$ (ei tarvitse sieventää vastausta).

- ~~3.~~ Etsi funktion $f(x, y) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 - \frac{3}{2}y^2 + 3xy$ lokaaliset minimi- ja maksimit. Muistutuksia ääriarvojen laatu.

- ~~4.~~ Laske pintaintegraali $\int_A x^2 y dA$, kun alue A on suoran $y = x$ ja käyrän $y = \sqrt{x}$ rajoittama alue. Piirrä kuvio alueesta A .

Saat pari lisäpistettä, jos lasket saman pintaintegraalin integroimalla x :n ja y :n suhteen toisessakin järjestyksessä ja saat saman tuloksen.

- ~~5.~~ a. Kirjoita funktion $f(x) = e^{-x^2}$ Maclaurinin sarja (eli Taylorin sarja kohdassa $x = 0$)

b. Laske integraalin $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ likiarvo käyttäen sarjan ensimmäisiä kolmea nollasta eroavaa termiä.

c. Laske raja-arvo $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - \cos x}{x^2}.$