

1. Määrittele lyhyesti seuraavat käsitteet. **Mihin ne liittyvät?**

- monitavoiteoptimointi
- kanoninen muoto
- aktiivinen rajoite
- redusoitu kustannus
- parannettu Simplex
- relaksointi

2.

- Funktio  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  on unimodaalinen maksimoinnin suhteen, jos ehdosta  $f(\mathbf{x}^2) > f(\mathbf{x}^1)$  seuraa, että  $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1$  on parantava suunta pisteessä  $\mathbf{x}^1$  kaikilla  $\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2 \in \mathbb{R}^n$ . Mitä tämä tarkoittaa käytännössä? Piirrä kuva epälineaarista unimodaalisesta ja ei-unimodaalisesta funktiosta. Osoita, että lineaarinen funktio on unimodaalinen maksimoinnin suhteen.
- Joukko  $S \subset \mathbb{R}^n$  on konvekksi, jos  $\lambda \mathbf{x}^1 + (1 - \lambda) \mathbf{x}^2 \in S$  kaikilla  $\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2 \in S$  ja  $\lambda \in (0, 1)$ . Mitä tämä tarkoittaa käytännössä? Piirrä kuva konveksista ja epäkonveksista joukosta. Osoita, että standardimuotoisen lineaarisen optimointitehtävän sallittujen ratkaisujen joukko on konvekksi.
- Mitä voit kohtien a) ja b) nojalla sanoa lineaarisen optimointitehtävän lokaalin optimin globaalisuudesta?

3. Lelutehdas Puupää Oy valmistaa kahdenlaisia puuleluja; puuhevosia ja puujunia. Puuhevosen myyntihinta on 30 euroa ja puujunan vastaavasti 20 euroa. Tuotteiden valmistus kuormittaa puutyöosastoa ja maalaamoja. Yhden puuhevosen valmistus vaatii yhden tunnin puutyötä ja kaksi tuntia maalaustyötä. Vastaavasti yhden junan valmistus vie yhden tunnin puutyötä ja yhden tunnin maalaustyötä. Puutyöosastolla on viikossa käytettävissä kapasiteettia 80 tuntia ja maalaamossa 100 tuntia. Puujunien menekki on rajaton, mutta puuhevosten menekki on enintään 40 kappaletta viikossa. Ongelmana on maksimoida puuleluista saatava tuotto, kun raaka-aineita on saatavilla riittävästi. Muotoile ongelma lineaariseksi optimointitehtäväksi ja ratkaise se käyttäen Simplex-menetelmää.

4. Tarkastellaan edellistä tehtävää. Muodosta optimointitehtävän duaalitehtävä.

- Mikä on duaalitehtävän ratkaisu ja vastaava kohdefunktion arvo?
- Paljonko yhdestä maalaamon ylityötunnista kannattaisi maksaa?
- Millä välillä puuhevosten menekki voi vaihdella ilman että ratkaisu muuttuu?
- Varmistaaksen omat bonusjärjestelynsä tehtaan johto vaatii, että tehtaassa onkin valmistettava vähintään 100 puulelua viikossa. Onko tällä vaikutusta ratkaisuun?
- Tehdas harkitsee puuauton valmistuksen aloittamista. Auton valmistaminen vaatisi kaksi tuntia puutyötä ja kaksi tuntia maalausta. Mikä pitäisi puuauton myyntihinta vähintään olla, että sen valmistaminen kannattaisi aloittaa?