

$$V^T B = (C^B)^T$$

Tentin kesto 3 h

MATEMAATTINEN OPTIMOINTI I

Tentti

9.3.2015

1. Määrittele lyhyesti seuraavat käsitteet. Mihin ne liittyvät?

- a) unimodaalinen funktio
- b) minimipoikkeamamalli $\int \int$
- c) primäärinen täydentävä ali/ylijäämäehto
- d) parannettu Simplex-menetelmä
- e) relaxointi kvalitatiivinen
- f) leksikografinen optimointi

$$X_1 + \lambda \Delta X = X_1 + \lambda(X_2 - X_1)$$

2. Tarkastellaan optimointitehtävää

$$x^* = bA^{-1}$$

$$\max c^T x$$

$$\text{s.t. } Ax = b$$

$$x \geq 0.$$

$$Ax^* = b$$

$$0 = Ax^* - b \leq c^T x^* = c^T (bA^{-1}) < c^T bA^{-1} + c^T x^*$$

$$\nabla f(x) \Delta x > 0 \Rightarrow c^T \Delta x$$

Mitä muotoa se on? Osoita, että

- a) jos tehtävällä on yksikäsitteinen ratkaisu, saavutetaan se kärkipisteessä.
- b) tehtävän kohdefunktio $f(x) = c^T x$ on konvekksi eli kaikilla $x^1, x^2 \in \mathbb{R}^n$ ja $\lambda \in [0, 1]$ pätee

$$f(\lambda x^1 + (1 - \lambda)x^2) \leq \lambda f(x^1) + (1 - \lambda)f(x^2).$$

$$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2)$$

$$x_1 + \lambda \Delta x = x_1 + \lambda(x_2 - x_1) = x_1(1 - \lambda) + \lambda x_2$$

3. Kansainvälinen elektroniikkajätti Kimsung valmistaa Pjongjangin tehtaallaan kahta eri tablettitietokonetta: Kalaksia ja Linnuksia. Kalaksin ohjehinta on 600 euroa ja sen kuoren valmistaminen vaatii tunnin, elektroniikka kaksi tuntia ja kokoonpano tunnin työaika. Linnuksin vastaavat luvut ovat 900 euroa, kaksi tuntia, tunti ja tunti. Viikossa työaika on käytettävissä kaikkiaan kuorien valmistamiseen 40 tuntia, elektroniikkaan 60 tuntia ja kokoonpanoon 30 tuntia. Varmistaaksen omat bonusjärjestelynsä tehtaan johto edellyttää lisäksi, että tehtaassa on valmistettava vähintään 40 tablettia viikossa. Muotoile tehtaan viikon tuotantosuunnitelma lineaariseksi optimointitehtäväksi maksimoitaessa voittoa, kun Kalaksin tuotantokulut ovat 200 ja Linnuksin 400 euroa kappaleelta. Ratkaise tehtävä käyttäen Simplex-menetelmää.

$$V_1 + V_3 = 400$$

$$2V_1 + V_3 = 500$$

$$\Rightarrow V_1 = 400 - V_3$$

4. Tarkastellaan edellistä tehtävää. Muodosta optimointitehtävän duaalitehtävä.

- a) Mikä on duaalitehtävän ratkaisu ja vastaava kohdefunktion arvo?
- b) Mihin työmuotoon tehtaan kannattaisi sijoittaa käytössä oleva yksi ylitöytänti?
- c) Millä välillä elektroniikan valmistukseen käytössä oleva työaika voi vaihdella ilman että ratkaisu muuttuu?
- d) Ammattiyhdistyksen painostuksen takia tehdas joutuu luopumaan minimi-tuotantorajoituksesta. Onko tällä vaikutusta ratkaisuun?
- e) Tehdas harkitsee uuden tablettimalli Ketuiksin valmistuksen aloittamista. Tabletin tuotantokulut ovat 300 euroa ja sen valmistaminen vaatii tunnin jokaista työvaihetta. Mikä pitäisi Ketuiksin myyntihinta vähintään olla, että sen valmistaminen kannattaisi aloittaa?

$$800 - 2V_3 + V_3 = 500$$

$$-V_3 = -300$$

$$V_3 = 300$$