

$$V^T B = (C^B)^T$$

$$C^T \Delta X > 0$$

Tentin kesto 3 h

MATEMAATTINEN OPTIMOINTI I

Tentti

13.4.2015

1. Määrittele lyhyesti seuraavat käsitteet. Mihin ne liittyvät?

- sekalukuoptimointitehtävä
- iso-M -menetelmä $-M(\text{apumuuuttuja} + a. + a.)$
- konvekssi joukko
- kärkipiste
- redusoitu kustannus
- parametrinen optimointi

2. Eräällä ohjelmistolla voidaan ratkaista optimointitehtäviä, jotka ovat muotoa

$$\begin{aligned} \max \quad & c^T x, \\ \text{s.t.} \quad & Ax \geq b, \\ & x \geq 0, \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} A \\ c^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ \end{pmatrix}$$

missä $x \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}^n$, $b \in \mathbb{R}^m$ ja $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Halutaan ratkaista tällä ohjelmistolla tehtävän

$$\begin{aligned} \min \quad & 10x_1 - 30x_2 + 20x_3 + 40x_4, \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 \leq 8, \\ & x_1 \leq 10, \\ & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ & x_1, x_4 \geq 0, \quad x_2 \leq 0, \quad x_3 \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$V_2 = 30 - 3V_1$$

$$3V_1 + 2(30 - 3V_1) = 40$$

$$3V_1 + 60 - 6V_1 = 40$$

$$-3V_1 = -20$$

$$V_1 = \frac{20}{3}$$

duaalitehtävä. Määrää luvut n ja m , vektorit c ja b , sekä matriisi A .

3. Matti Marjamaa lähtee viikoksi lappiin marjanpöimintään. Hän arvioi pystyvänsä keräämään ämpärillisen mustikoita tai lakkoja kolmessa tunnissa, sen sijaan puolukkaämpärillisen Matti riipii kokoon tunnissa. Mustikkaämpärillisen puhdistaminen sujuu tunnissa, kun taas lakka ja puolukka vaativat 2 tuntia kumpikin. Rovaniemen markkinoilla mustikasta maksetaan 30, puolukasta 20 ja lakasta 40 euroa ämpärilliseltä. Välttääkseen kaimansa kukkarossa Matti haluaa maksimoida tuottoensa. Muotoile Mattin viikko-ohjelma lineaarisesti optimointitehtäväksi, kun hän on suunnitellut käyttävänsä enintään 75 tuntia marjojen pöimintään ja 35 tuntia puhdistamiseen. Ratkaise tehtävä käyttäen simplex-menetelmää.
4. Tarkastellaan edellistä tehtävää. Muodosta optimointitehtävän duaalitehtävä.
- Mikä on duaalitehtävän ratkaisu ja vastaava kohdefunktion arvo?
 - Paljonko Matti hyötyisi, jos hän käyttäisikin yhden lisätyötunnin marjojen puhdistamiseen?
 - Muuttuisiko ratkaisu, jos Matilla olisikin käytettävissään vain 30 ämpäriä?
 - Millä välillä puolukkaämpärillisen hinta voi vaihdella ilman että ratkaisu muuttuu?
 - Matti löytääkin metsästä kanttarelleja, joiden sekä keräämiseen että ja puhdistamiseen kuluu 2 tuntia ämpärillistä kohti. Paljonko Mattin pitäisi sieniämpärillisestä vähintään saada, jotta niiden kerääminen kannattaisi aloittaa?