

Matematiikan peruskurssi 1 - Tentti 26.10.2016

Tenttiäika 3 tuntia. Tentissä EI saa olla laskinta.

1. Laske.

$$\text{a) } 3 \cdot (8 - 2 \cdot 5) + (-3)^2, \quad \text{b) } \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}, \quad \text{c) } \frac{48}{35} \cdot \frac{15}{36}, \quad \text{d) } \frac{12}{15} : \frac{8}{30}$$

2. Supista mahdollisimman yksinkertaiseksi

$$\text{a) } \frac{2 \cdot 7^4}{(-14)^3}, \quad \text{b) } \frac{12a^2b}{4ab^3}, \quad \text{c) } ((-a^2)^3 \cdot a)^2, \quad \text{d) } 3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{3}{2}}.$$

3. Määritellään joukot $A = \{3, 4, 7, 8\}$ ja $B = \{1, 3, 8\}$.

a) Määritä joukot $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$ ja $B \setminus A$.

b) Mikä tai mitkä seuraavista kohdista ovat tosia?

$$\text{i) } 7 \in A \cup B, \quad \text{ii) } \{3, 8\} \subseteq A \cap B, \quad \text{iii) } \{3\} \in A \cap B, \quad \text{iv) } A \cap B \subseteq N.$$

4. Ratkaise alla olevat yhtälöt

$$\text{a) } 5x - 1 = 3x + 9 \quad \text{b) } |x - 3| = 2$$

5. Ratkaise epäyhtälö: $|x| + x < |x + 3|$.

6. Määritä seuraaville funktioille käänteisfunktiot

$$\text{a) } f(x) = 2x + 7, \text{ kun } x \in \mathbb{R}. \quad \text{b) } f(x) = \sqrt{x + 1}, \text{ kun } x \geq -1.$$

7. Laske raja-arvot

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 5x + 3) \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{x+1}{x+3}} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 4x - 21}{x + 3}$$

8. Derivoi seuraavat funktiot

$$\text{a) } f(x) = x^3 + 4x^2 - 5x \quad \text{b) } f(x) = \sin(x) + \cos x \quad \text{c) } f(x) = 2x \sin x \quad \text{d) } f(x) = \frac{x - 2}{2x + 1}$$

KÄÄNNÄ —>

Derivoimissääntöjä

- | | |
|--|--------------------------------|
| 1. $D(k) = 0$ | vakion derivointi |
| 2. $D(kf) = kD(f)$ | vakion siirto |
| 3. $D(f + g) = D(f) + D(g)$ | summan derivointi |
| 4. $D(fg) = D(f) \cdot g + f \cdot D(g)$ | tulon derivointi |
| 5. $D\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{D(f) \cdot g - f \cdot D(g)}{g^2}$ | osamäärän derivointi |
| 6. $D(g \circ f)(x) = D(g(f(x))) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$ | yhdistetyn funktion derivointi |

Derivoimiskaavoja

- | | |
|-----------------------------|---|
| 7. $D(x^n) = nx^{n-1}$ | 11. $D(e^x) = e^x$ |
| 8. $D(f^n) = nf^{n-1}D(f)$ | 12. $D(a^x) = a^x \ln a$ |
| 9. $D(\sin(x)) = \cos(x)$ | 13. $D(\ln x) = \frac{1}{x}$ |
| 10. $D(\cos(x)) = -\sin(x)$ | 14. $D(\log_a x) = \frac{1}{x \ln a}$ |