

Diskreetti matematiikka I

Tentti 19.12.2012, 3 tuntia

Mukana saa olla kirjoitusvälineet, sallittu laskin ja matematiikan kaavoja -arkki.

- a) Onko propositio $\neg p \wedge \neg q$ propositioiden $\neg p \vee q$, $q \rightarrow r$ ja $p \leftrightarrow r$ looginen seuraus?
b) Ilmoita propositio $(\neg p \vee q) \wedge (q \rightarrow r)$ disjunkttiivisessa normaalimuodossa.

- a) Esitä esimerkki sellaisista joukoista A , B , C ja D , että

$$(A \times C) \cup (B \times D) \neq (A \cup B) \times (C \cup D).$$

- b) Todista, että

$$(A \times C) \cap (B \times D) = (A \cap B) \times (C \cap D)$$

kaikilla joukoilla A , B , C ja D .

3. Olkoon $P = \{a, b, c, d\}$. Tarkastellaan joukon P osajoukkoja ja määritellään näiden osajoukkojen välinen relaatio R seuraavasti. Jos $X, Y \subseteq P$, niin

$$X R Y \Leftrightarrow |X| = |Y|.$$

Joukot X ja Y ovat siis relaatiossa R keskenään, jos niissä on sama määrä alkioita. Osoita, että R on ekvivalenssirelaatio. Mikä on joukon $Z = \{b, c\}$ ekvivalenssiluokka? Kuinka monta ekvivalenssiluokkaa relaatiolla R on?

4. Piirrä kaikki epäisomorfiset viisipisteiset graafit, joiden pisteiden asteet ovat 1, 2, 2, 2, 3. Miksi niitä ei ole enempää? Selitä, miksi piirtämäsi graafit ovat epäisomorfiset.