

Matematiikan peruskurssi B 2013, kuulustelu 20.12.2013

Vastaa seuraavista tehtävistä NELJÄÄN. Jos tehtävässä on (a)- ja (b)-kohdat, on vastattava molempiin. Jos vastaat viiteen tehtävään, niin lopulliseen arvosteluun tulee mukaan neljä parasta.

1. Laske integraalit

(a) $\int x \cos x \, dx$

(b) $\int x\sqrt{x+1} \, dx.$

2. Etsi funktion

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$$

suurin ja pienin arvo ympyrän muotoisessa alueessa $x^2 + y^2 \leq 4$. Missä pisteissä nämä arvot saavutetaan?

3. Ratkaise differentiaaliyhtälöt

(a) $y'' + 5y' + 6y = 0$

(b) $y' + e^x y^2 = 0.$

4. Olkoon A suorien $y = 0$, $y = x$ ja $y = -x + 2$ rajoittama alue. Laske pintaintegraali

$$\int_A 2xy \, dA.$$

5. (a) Etsi funktion

$$\frac{3}{4-x}$$

Taylorin sarjakehitelmä. Millä muuttujan x arvoilla saamasi sarja suppenee?

(b) Laske sarjojen avulla raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}.$$

Sallitut apuvälineet tentissä ovat kirjoitusvälineet, 'Matematiikan kaavoja'-arkki ja laskin. Laskin ei saa olla graafinen eikä kyetä symboliseen laskentaan. Tentin kesto on noin 3 tuntia.