

Lineaarialgebra (sivuaineopiskelijat),
2. välikoe, 13.12.2018

Koe kestää noin 3 tuntia. Kirjoita vastaustesi perustelut ja välivaiheet näkyviin, pelkistä vastauksista (esimerkiksi laskimesta) ei saa pisteitä.

1. Tarkastellaan matriisia

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

- a) Laske matriisin A ominaisarvot.
b) Jos mahdollista, diagonalisoi matriisi A (eli anna matriisi P ja diagonaalimatriisi D , joille $P^{-1}AP = D$).

2. Ortogonalisoi *Gramin-Schmidtin menetelmällä* aliavaruuden $U \subseteq \mathbb{R}^4$ kanta

$$\{(-1, 0, 1, 1), (3, 0, -1, 1), (-1, 0, 2, 0)\}.$$

3. Olkoon avaruuden \mathbb{R}^3 kantana $\mathcal{B} = \{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3\}$, missä $\mathbf{b}_1 = (1, 1, -2)$, $\mathbf{b}_2 = (0, 1, -1)$ ja $\mathbf{b}_3 = (-1, -1, 3)$.

a) Anna kannanvaihdon $\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{B}$ matriisi $P_{\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{B}}$. Tässä \mathcal{E} on \mathbb{R}^3 :n luonnollinen kanta eli $\mathcal{E} = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$.

b) Anna lisäksi kannanvaihdon $\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{E}$ matriisi $P_{\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{E}}$.

c) Laske myös $X_{\mathcal{E}}$, kun koordinaattivektori kannan \mathcal{B} suhteen on

$$X_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 9 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

4. Mikä on lineaarikuvauksen dimensioyhtälö (eli kirjoita se näkyviin)?

Todista lisäksi kyseinen dimensioyhtälö.