

INSINÖÖRIMATEMATIIKKA II

2. välikoe 26.4.2004 (3h)

1. Tutki sarjan $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ suppenemista, kun

a) $a_n = \frac{n}{(\sqrt{n}+1)(n^2+1)}$ ↓

b) $a_n = \frac{n(e^{1/n^2}-1)}{n+1}$ ↑ (?)

2. a) Määritä funktion $f(x) = \frac{x}{4+x^2}$ Maclaurinin sarja ja sen suppenemisväli.

Laske myös derivaatan $f^{(12)}(0)$ arvo.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^{n+1}} x^{2n+1} \quad -4 \leq x \leq 4$$

$$f^{(12)}(0) = 12! \cdot \frac{1}{4 \cdot \frac{13}{2}}$$

b) Laske sarjan $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} x^n$ summa.

3. a) Olkoon funktiolla f jatkuvat 2. kertaluvun osittaisderivaatat ja

$z = f(x+2y, x-2y)$. Määritä f :n derivaattojen avulla lauseke

$$4 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \quad 12 f_u - 4 f_v$$

b) Määritä funktion $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ globaaliset ääriarvot kolmiossa, jonka kärkipisteet ovat $(0,0)$, $(-3,0)$ ja $(0,-3)$.

$$\min = -1, \quad \max = 6$$

4. Laske kaksoisintegraali $\iint_S f(x,y) dx dy$, kun

a) $f(x,y) = x - y$ ja S on kolmio, jonka kärjet ovat $(0,0)$, $(1,0)$ ja $(1,1)$. $\frac{1}{6}$

b) $f(x,y) = \sqrt{1-x^2-y^2}$ ja S on ympyränsektori $x^2 + y^2 \leq 1$, $x, y \geq 0$, $y \leq x$.

$$\frac{\pi}{3} \left(\frac{\sqrt{2}}{4} - 1 \right)$$

Mukana saa olla *Mathematical Handbook*.