

# Insinöörimatematiikka A

Tentti 26.10.2017

noin 3 tuntia

Tentissä saa olla mukana matematiikan kaava-arkki, mutta ei laskinta.  
Vastaa tehtävissä kaikkiin kohtiin.

- Kirjoita yhdistetyn proposition  $(p \vee r) \rightarrow (\neg q \wedge r)$  totuustaulut.
  - Olkoon  $P$  propositio  $p \wedge (p \leftrightarrow q)$  ja  $Q$  propositio  $(p \wedge p) \leftrightarrow q$ . Onko  $Q$  proposition  $P$  looginen seuraus? Onko  $P$  proposition  $Q$  looginen seuraus? Ovatko  $P$  ja  $Q$  loogisesti ekvivalentit? Perustele hyvin.
- Todista matemaattisella induktiolla, että

$$\sum_{i=1}^n 4i^3 = n^2(n+1)^2$$

kaikilla  $n \in \mathbb{N}$ . Kirjoita täydellisesti näkyviin induktion lähtökohta (IL), induktio-oletus (IO), induktioväite (IV) ja itse induktiotodistus (IT).

- Tarkastellaan kompleksilukua  $z = 1 + i$ .
  - Esitä  $z$  polaarimuodossa ja piirrä se kompleksitasoon.
  - Esitä  $z^{19}$  muodossa  $a + bi$ .
  - Laske kompleksiluvun  $z = 1 + i$  kaikki neljännet juuret  $(1 + i)^{1/4}$ . Riittää ilmoittaa niiden itseisarvot ja vaihekulmat. Hahmottele juuret kompleksitasoon.

- Laske raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|1 - x^2|}{\sqrt{2x} - \sqrt{x+1}}$$

tai selitä, miksei se ole olemassa.