

Insinöörimatematiikka A

Tentti 28.10.2016

noin 3 tuntia

Tentissä saa olla mukana matematiikan kaava-arkki.

Vastaa tehtävissä (a) ja (b)-kohtaan.

1. (a) Olkoot p ja q propositiomuuttujia ja olkoot ϕ ja ψ propositiot $\phi = p \rightarrow q$ ja $\psi = (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$. Onko ψ kaavan ϕ looginen seuraus? Entä ϕ kaavan ψ looginen seuraus? (Onko siis $\phi \Rightarrow \psi$ ja onko $\psi \Rightarrow \phi$?) Perustele hyvin!

- (b) Pitääkö paikkansa kaikilla joukoilla A ja B , että

$$A \cup (B \cap \bar{A}) = A \cap \bar{B}?$$

Piirrä Vennin kaaviot. Todista oikeaksi tai esitä mahdollisimman konkreettinen vastaesimerkki.

2. (a) Olkoot R ja S joukon $A = \{a, b, c, d\}$ relaatiot

$$R = \{(a, a), (a, b), (b, a), (b, b), (c, c), (c, d), (d, c), (d, d)\}$$

$$S = \{(a, b), (b, a), (c, d), (d, c)\}.$$

Piirrä nuolikuviot tai pisteet sopivassa koordinaatistossa. Onko R ekvivalenssirelaatio? Onko se funktio joukolta A joukkoon A ? Entä onko S ekvivalenssirelaatio tai funktio? Perustele hyvin!

- (b) Todista matemaattisella induktiolla, että

$$\sum_{i=1}^n 4i^3 = n^2(n+1)^2$$

kaikilla $n \in \mathbb{N}$. Kirjoita täydellisesti näkyviin induktion lähtökohta (IL), induktio-oletus (IO), induktioväite (IV) ja itse induktiotodistus (IT).

3. (a) Esitä kompleksiluku $z = 1 - i\sqrt{3}$ kompleksitasossa ja etsi sen polaariesitys. Mitkä ovat kompleksisen logaritmin $\text{Log } z$ kaikki arvot?

- (b) Jaa osamurtoihin

$$\frac{x+8}{x^2+x-2}$$

4. Etsi matriisin

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 \\ -3 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

reduoitu porrasmuoto käyttäen matriisien alkeisoperaatioita ja ratkaise sen avulla yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x - y + 2z = -3 \\ -3x + y + 2z = 1 \\ -2x \quad \quad + 4z = -2 \end{cases}$$

Ilmoita ratkaisut muuttujilla/muuttujalla kerrottujen vakiovektorien summana.