

Insinöörimatematiikka B

Tentti 5.2.2018, noin 3 tuntia

Huom. Mukana saa olla kirjoitusvälineet, matematiikan kaavoja -arkki puhtaana ja laskin, joka ei ole graafinen eikä kykene symboliseen laskentaan.

Huom. Jos tehtävässä on (a)- ja (b)-kohta, vastaa kumpaankin.

1. Mikä on funktion

$$f(x) = \begin{cases} x^3 \arcsin \frac{1}{x}, & \text{kun } x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

derivaatta $f'(x)$, kun (a) $x \neq 0$, (b) $x = 0$?

2. Osoita, että funktio $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x + 3$$

on aidosti kasvava kaikkialla, ja laske sen käänteisfunktion f^{-1} derivaatta $D(f^{-1})(3)$ pisteessä $x = 3$.

3. Laske raja-arvot

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \int_0^x t \sin t \, dt, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x(\cos x - 1)}.$$

4. Laske integraali

$$\int_1^4 \frac{dx}{x(1 + \sqrt{x})}$$