

# Insinöörimatematiikka C

Tentti 28.4.2017

noin 3 tuntia

Tentissä saa olla mukana ei-graafinen, ei-symbolinen laskin ja puhtaana kolme kaava-arkkia: (1) matematiikan kaavoja, (2) sarjaoppia, (3) Fourier- ja Laplace-muunnoksia.

Vastaa tehtävissä kaikkiin kohtiin.

1. (a) Suppeneeko sarja

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+2}{n^2-1}?$$

- (b) Mikä on funktion

$$\frac{x}{1-3x}$$

Maclaurinin sarja? (Älä derivoi!) Millä luvun  $x$  arvoilla se suppenee?

2. Etsi kaikki ne muuttujan  $x$  arvot, joilla sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-3)^n}{4^n \sqrt{n}}$$

suppenee.

3. (a) Funktion  $f$  Fourier-muunnos on  $F$ , ts.  $\mathcal{F}[f(x)](y) = F(y)$ . Olkoon  $a > 0$  ja  $b$  vakioita. Laske käyttäen Fourier-muunnoksen integraalikaavaa

$$\mathcal{F}[f(ax-b)](y)$$

ja tarkista tulos taulukon avulla. Muuttuuko tulos, jos  $a < 0$ ?

- (b) Mikä on funktion

$$f(x) = \begin{cases} 2, & \text{kun } 3 < x < 7, \\ 1, & \text{kun } x = 3 \text{ tai } x = 7, \\ 0, & \text{muulloin} \end{cases}$$

Fourier-muunnos?

4. Ratkaise Laplace-muunnosten avulla integraaliyhtälö

$$y = 1 + \int_0^t y(u) \sin(t-u) du.$$