Johdatus automaattien teoriaan
Tentti 6.5. 2019 (3h)

1. (a) Olkoon Σ äärellinen aakkosto. Esitä aakkoston Σ sanojen joukolle Σ^* induktiivinen määritelmä

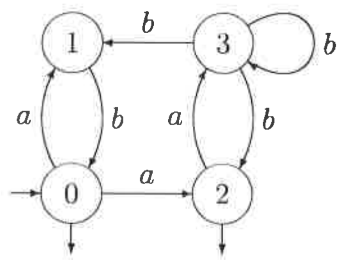
   (b) Olkoon $(F_n)_{n=0}^{\infty}$ ns. Fibonaccin lukujono. Osoita induktiolla, että
$$\sum_{i=0}^{n-1} F_{2i+1} = F_{2n}$$
   kaikilla $n \in \mathbb{N}$.

2. (a) Esitä Boolen algebran osittaisen järjestyksen $\leq$ määritelmä, ts. anna ehto sille, että $a \leq b$.

   (b) Olkoot a ja x Boolen algebran alkioita. Osoita, että jos $x \leq a$ ja $x \leq \bar{a}$, niin $x = 0$.

3. (a) Määrittele miten sana hyväksytään 1) deterministisessä äärellisessä automaatissa, ja 2) epädeterministisessä äärellisessä automaatissa. Mitä eroa sanojen hyväksymisessä on näissä kahdessa automaattityypissä?

   (b) Muuta alla oleva automaatti deterministiseksi käyttäen osajoukkokonstruktiota. Tunnistettavan kielen pitää pysyä samana.



4. (a) Konstruoi deterministinen äärellinen automaatti, joka hyväksyy kielen
$$L = \{w \mid |w|_a \text{ on parillinen}\} \subseteq \{a, b\}^*.$$
   Huom. Merkintä $|u|_x$ tarkoittaa kirjaimen x lukumäärää sanassa u.

   (b) Osoita, että kieli $L = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a < |w|_b\}$ ei ole säännöllinen.

Boolen algebran lait:

(B1)	$x + (y + z) = (x + y) + z,$	(B2)	$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z,$
(B3)	$x + y = y + x$	(B4)	$x \cdot y = y \cdot x$
(B5)	$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z),$	(B6)	$x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$
(B7)	$x + 0 = x$	(B8)	$x \cdot 1 = x$
(B9)	$x + \bar{x} = 1$	(B10)	$x \cdot \bar{x} = 0.$