

Johdatus automaattien teoriaan

Tentti 29.5. 2019 (3h)

1. (a) Olkoon Σ äärellinen aakkosto. Esitä aakkoston Σ sanojen joukolle Σ^* induktiivinen määritelmä.

- (b) Osoita induktiolla, että

$$\sum_{i=1}^n (2i - 1) = n^2$$

kaikilla $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$.

2. (a) Olkoot a , b , c ja d Boolean algebran alkioita. Osoita, että jos $a \leq b$ ja $c \leq d$, niin

$$a \cdot c \leq b \cdot d.$$

- (b) Esitä Boolean algebran atomin määritelmä. Mitkä joukot ovat potenssijoukon $\mathcal{P}(X)$ muodostaman Boolean algebran atomit, kun $X = \{1, 2, 3, 4\}$.
3. (a) Määrittele miten sana hyväksytään 1) deterministisessä äärellisessä automaatissa, ja 2) epädeterministisessä äärellisessä automaatissa. Mitä eroa sanojen hyväksymisessä on näissä kahdessa automaattityypissä?
- (b) Konstruoi epädeterministinen äärellinen automaatti, joka hyväksyy kaikki binäärit sanat (yli aakkoston $\{0, 1\}$) joissa kolmas kirjain oikealta on 1. Automaatissa saa olla korkeintaan 5 tilaa.
- (c) Konstruoi deterministinen äärellinen automaatti joka hyväksyy saman kielen kuin kohdan (b) epädeterministinen äärellinen automaatti.
4. (a) Konstruoi säännöllinen ilmaisu joka esittää kielen

$$L = \{w \mid |w|_a \text{ on parillinen}\} \subseteq \{a, b\}^*.$$

Huom. Merkintä $|u|_x$ tarkoittaa kirjaimen x lukumäärää sanassa u .

- (b) Konstruoi äärellinen automaatti (deterministinen tai epädeterministinen) joka hyväksyy kohdan (a) kielen L .

Boolean algebran lait:

- | | |
|--|--|
| (B1) $x + (y + z) = (x + y) + z$, | (B2) $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$, |
| (B3) $x + y = y + x$ | (B4) $x \cdot y = y \cdot x$ |
| (B5) $x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$, | (B6) $x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$ |
| (B7) $x + 0 = x$ | (B8) $x \cdot 1 = x$ |
| (B9) $x + \bar{x} = 1$ | (B10) $x \cdot \bar{x} = 0$. |