

## Kombinatoriikka, tentti (1.8.2005)

(n. 3 tuntia)

- 1 Tarkastellaan 4-numeroisia kokonaislukuja 1000, 1001, ..., 9999.
  - a) Monessako näistä luvuista kaikki numerot ovat erisuuria?
  - b) Moniko a-kohdan luvuista on lisäksi parillinen?
- 2 Moneenko osaan taso voidaan jakaa piirtämällä siihen  $n$  ympyrää?
- 3 Kuusi henkeä on majoitettava kolmeen kahden hengen huoneeseen. Monellako tavalla tämä voidaan tehdä, kun
  - a) kaikki huoneet ovat erilaisia;
  - b) kaikki huoneet ovat samanlaisia;
  - c) kaksi huoneista on samanlaisia, mutta kolmas erilainen.
- 4 Ratkaise rekursio

$$u_{n+2} = 4u_{n+1} + 5u_n - 8n + 6, \quad n \geq 0$$

alkuehdoilla  $u_0 = 4$  ja  $u_1 = 13$ .

- 5 Catalanin luku  $f(n)$  määritellään laillisten  $n$  sulkuparista koostuvien "sulkusanojen" määräksi. Määrää  $f(n)$  generoivien funktioiden avulla. Laske myös  $f(4)$ .

