

# Kombinatoriikka

Tentti 1.8.2006, 3 tuntia

1. Olkoon  $n \geq 0$ . Laske summa

$$\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \cdots + \binom{n}{n}^2.$$

2. a) Väritetään  $9 \times 3$ -ruudukon ruudut sinisiksi ja punaisiksi. Osoita, että ruuduista voi valita neljä samanväristä, jotka muodostavat suorakulmion.  
b) Mikä on todennäköisyys, että 6-numeroisessa positiivisessa kokonaisluvussa on 7 suurin numero?

3. Ratkaise rekursio

$$a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2} + 2^n$$

alkuehdoilla  $a_0 = 1$  ja  $a_1 = 1$ .

4. Mikä on jonon  $u_n$  generoiva funktio, kun

$$u_n = \sum_{i=0}^n \binom{i}{2}?$$

