

# Kombinatoriikka

Tentti 9.10.2006, 3 tuntia

1. a) Laske yhtälön

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 14$$

kokonaislukuratkaisujen määrää, kun  $x_1, x_2, x_3 \geq 0$  ja  $x_4 \geq 8$ . Älä luettele ratkaisuja.

- b) Olkoon  $n \geq k \geq r \geq 0$ . Perustelee kaava

$$\binom{n}{k} \binom{k}{r} = \binom{n}{r} \binom{n-r}{k-r}.$$

2. Laske, kuinka monta kokonaislukua välillä  $[1, 2500]$  on olemassa, jotka ovat suhteellisia alkulukuja luvun 2500 kanssa. Luku  $a$  on suhteellinen alkuluku luvun  $b$  kanssa, jos luvuilla  $a$  ja  $b$  ei ole muita yhteisiä positiivisia tekijöitä kuin 1 eli jos  $\text{sy}(a, b) = 1$ .

3. Ratkaise rekursio

$$a_n = 2a_{n-1} - 3a_{n-2} + 4$$

alkuehdoilla  $a_0 = 3$  ja  $a_1 = 7$ .

4. Retkellä on mukana ahmatti, joka syö kuudesta kymmeneen makkaraa, 2 säästäjää, jotka syövät enintään neljä makkaraa ja yksi koira, joka syö kaikki makkarat, jotka sille annetaan. Kuinka monella tavalla makkarat voidaan syödä, kun mukaan on ostettu 20 makkaraa?

