

Kombinatoriikka

Tentti 11.9.2006, 3 tuntia

1. Olkoot $m, n \geq 0$. Laske summa

$$\binom{m}{0} \binom{n}{0} + \binom{m}{1} \binom{n}{1} + \dots + \binom{m}{n} \binom{n}{n}.$$

2. a) Tarkastellaan kuuden henkilön joukkoa. Osoita, että heidän joukossaan on kolme, jotka tuntevat toisensa, tai kolme, jotka eivät tunne toisiaan.

b) Joukossa on viisi kaksoisparia. Miten monella tavalla heidät voi asettaa pariinonon niin, että kukaan ei joudu oman kaksoisensa viereen?

3. Ratkaise rekursio

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 2n + 7$$

alkuehdoilla $a_0 = 2$ ja $a_1 = 1$.

4. Laske yhtälön

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10$$

kokonaislukuratkaisujen määrä, kun $1 \leq x_1 \leq 5$, $0 \leq x_2 \leq 4$ ja $x_3 \geq 0$.

