

Kombinatoriikka

Tentti 20.11.2006, 3 tuntia

1. Olkoon $0 \leq k \leq n$. Perustelee kaava

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}.$$

2. Kuinka monta 4-numeroista parillista kokonaislukua voidaan muodostaa numeroista 0, 1, 2, 3, 5 ja 8, kun a) jokainen numero saa esiintyä enintään kerran, b) numerot voivat toistua? Kummassakaan tapauksessa luku ei saa alkaa nolllalla.

3. Ratkaise rekursio

$$a_n = -2a_{n-1} + 3a_{n-2} + 2^n$$

alkuehdoilla $a_0 = 1$ ja $a_1 = 1$.

4. Olkoon $n \geq 0$. Laske yhtälön

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 14$$

kokonaislukuratkaisujen määrä, kun $0 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 = 0$ tai $x_2 = 7$, $-1 \leq x_3 \leq 5$ ja $x_4 \geq 1$. Älä luettele ratkaisuja.

