

Lineaarialgebra (mat), 1. välikoe, 21.10.2011

Välikokeen pituus n. 3 tuntia

1. a) Laske pisteiden $(1, 2, 3)$, $(2, 4, 6)$ ja $(3, 8, 15)$ kautta kulkevan tason T yhtälö.

b) Osoita, että suora

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$$

sisältyy tasoon $x + 2y - 2z = -1$.

2. Laske determinantti (käyttämällä determinanttien laskusääntöjä)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 7 \\ 2 & 4 & 8 & 11 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \end{vmatrix}.$$

3. Selvitä, ovatko seuraavat joukot \mathbb{R}^4 :n aliavaruuksia. Jos joukko on aliavaruus, todista että näin on. Jos joukko ei ole aliavaruus, perustele miksi se ei ole.

a) $U_1 = \{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y + 3u = 0\}$.

b) $U_2 = \{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 \mid x = y \text{ tai } z = u\}$.

4. a) Mitä tarkoitetaan, kun sanotaan että matriisi B on matriisin A käänteismatriisi?

b) Oletetaan, että A ja B ovat samankokoisia säännöllisiä neliömatriiseja. Todista kaava

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$$

c) Oletetaan, että 3×3 -matriisi A toteuttaa ehdon $A^3 + 2A = 0$. Osoita, että A ei ole säännöllinen. eli $\det A = 0$

↑
mukaan säännöll
matriisi ei saa
toteuttaa yhtälöä