

Lineaarialgebra (sivuaineopiskelijat),
1. välikoe, 21.10.2019

Koe kestää noin 3 tuntia. Kirjoita vastaustesi perustelut ja välivaiheet näkyviin, pelkistä vastauksista (esimerkiksi laskimesta) ei saa pisteitä.

1. Millä reaaliluvun x arvoilla vektorijoukko

$$\{(1, 2, 2), (2, x, 3), (2, 3, x)\}$$

muodostaa avaruuden \mathbb{R}^3 kannan?

2. Pisteet $(1, 2, -1)$, $(2, 3, 1)$ ja $(3, -1, 2)$ kuuluvat tasoon $T \subseteq \mathbb{R}^3$. Laske tason normaalivektori *ristitulon* avulla ja anna tason yhtälö muodossa

$$ax + by + cz = d.$$

Tutki lisäksi, onko T avaruuden \mathbb{R}^3 aliavaruus?

3. a) Laske vektorin $\mathbf{u} = (3, 5, 5)$ ortogonaaliprojektio vektorilla $\mathbf{v} = (1, 2, 3)$.
b) Tarkastellaan avaruuden \mathbb{R}^5 aliavaruutta

$$V = \{(x, y, z, w, t) \in \mathbb{R}^5 \mid 3x - y + 2z + 3w - 3t = 0, x + y + 2z - w - t = 0\}.$$

Etsi aliavaruudelle V kanta ja perustele se tarkasti.

4. Oletetaan, että vektorit \mathbf{u}_1 , \mathbf{u}_2 , \mathbf{u}_3 ja \mathbf{u}_4 muodostavat aliavaruuden $U \subseteq \mathbb{R}^{19}$ kannan. Mikä on vektorien $\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_3$, $\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3$, $\mathbf{u}_3 + \mathbf{u}_4$ ja $\mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3 + \mathbf{u}_4$ virittämän aliavaruuden W dimensio? Tutki vektorin $\mathbf{u}_2 + k\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_4$ kuulumista aliavaruuteen W , kun $k \in \mathbb{R}$.