

Analyysi I (mat.ko.). Välikoe I. 17.10.2011

(Tenttiaika n. 3t)

- 1) a) Olkoot $f: A \rightarrow B$ ja $g: B \rightarrow A$ funktioita, jotka toteuttavat ehdon
- $$(f \circ g)(x) = x \quad \forall x \in A.$$

Osoita, että tällöin f on välttämättä surjektio ja g injektio.

- b) Mikä on funktion $f(x) = \frac{1}{1+2^x}$ käänteisfunktion lauseke ja määrittelyalue?

- 2) Ratkaise epäyhtälö $\cos 2x > \cos 4x$ ja viivoita ratkaisualue näkyviin yksikköympyrään.

- 3) a) Miten kuuluu alkeisfunktion arkussini määritelmä? Mitkä ovat sen määrittely- ja arvojoukot. Hahmottele kuvaaja näkyviin.

- b) Ratkaise x yhtälöstä $\arcsin x = \arcsin \frac{1}{3} + \arcsin \frac{4}{5}$.

- 4) a) Miten kuuluu lukujonon raja-arvon täsmällinen ε -määritelmä?

- b) Olkoon $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 8$. Näyttää ilmeiseltä, että tällöin $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{1+a_n} = 3$. Todista tämä täsmällisesti a)-kohdan ε -määritelmään nojautuen.