

Matematiikan peruskurssi 3

Tentti 25.2.2019 (~ 3 tuntia)

Sallitut apuvälineet: laitoksen virallinen ”Matematiikan kaavoja” -arkki sekä laskin, joka ei kykene symboliseen eikä graafiseen laskentaan.

1. (a) Laske integraali

$$\int (6x^2 + \sqrt{x} + \cos x) dx.$$

- (b) Laske integraali

$$\int x^2(x^3 + 1)^4 dx.$$

2. (a) Osoita, että

$$\int xe^x dx = xe^x - e^x + C.$$

- (b) Laske käyrien $y = xe^x$ ja $y = x$ väliin jäävän alueen pinta-ala välillä $0 \leq x \leq 1$.

3. Tarkastellaan aluetta $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$ ja funktiota $f(x, y) = x^2 - 2x + 1 + y^2$.

- (a) Piirrä kuva alueesta A ja laske funktion f molemmat osittaisderivaatat.

- (b) Etsi funktion f suurin arvo alueessa A .

4. (a) Mainitse kaksi sovellusta Taylorin polynomeille tai sarjoille.

- (b) Muodosta funktion $f(x) = e^x + e^{2x}$ Maclaurinin sarja. Esitä vastaus muodossa

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n,$$

missä a_n :n paikalla on sopiva lauseke. Voit tietysti hyödyntää tunnettua Maclaurinin sarjaa

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n.$$