

Matematiikan peruskurssi 4

Tentti, 2.5.2019

Tentin kesto: 3h.

Sallitut apuvälineet: Matematiikan kaava-arkki, laskin (ei graafinen/symbolinen).

Pisteytys: 8 pistettä/tehtävä.

1. (a) *i*) Miten määritellään, että lukujonolla $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ on raja-arvo A ($A \in \mathbb{R}$)?

ii) Miten määritellään funktion jatkuvuus pisteessä a ?

(b) Osoita suoraan määritelmästä, että $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 3} = -1$.

2. (a) Laske raja-arvot

$$i) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x} \qquad ii) \lim_{x \rightarrow 0} x \ln x.$$

(b) Määrää funktion $f: [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ lokaaliset ääriarvokohdat ja käännepisteet. Määrää näiden pisteiden laatu toisen derivaatan avulla. Määrää funktion globaaliset ääriarvot.

3. (a) Määrää funktion $f(x) = \frac{3-x}{2x^2+3x-2}$ kaikki integraalifunktiot.

(b) Laske pintaintegraali $\int_A \sqrt{x^2 + y^2} dA$, missä $A = \{(x, y): 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

4. (a) Laske seuraavien sarjojen summat.

$$i) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{5^n}{6^{n-2}} \qquad ii) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{2019}} - \frac{1}{(n+1)^{2019}}$$

(b) Tutki seuraavien sarjojen suppenemista käyttämällä sopivaa suppenemistarkastinta.

$$i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{10}}{2^n} \qquad ii) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln(n))^2}$$