

TILM3553 - TODENNÄKÖISYYSLASKENNAN PERUSKURSSI: TENTTI  
(11.3.2019, 3 TUNTIA)

Sallitut apuvälineet. Laitoksen ohjeiden mukainen laskin, todennäköisyysslaskennan kaavakokoelma

---

**Tehtävä 1.** Sairaus EFG esiintyy väestössä keskimäärin joka kymmenennellä. Satunnaisesti valittu henkilö testataan diagnoosimenetelmällä OPQ joka ilmoittaa henkilön sairastavan EFG:tä. Menetelmä OPQ diagnosoi terveen ihmisen terveeksi todennäköisyydellä 96% ja sairastastuneen ihmisen sairaaksi todennäköisyydellä 89%. Millä todennäköisyydellä testatulla henkilöllä on sairaus EFG?

**Tehtävä 2.** Heitetään kaksi kertaa tasapainoista nelisivuista noppaa. Muodostetaan satunnaismuuttujat  $X$  ja  $Y$  seuraavasti: olkoon satunnaismuuttujan  $X$  arvo suurempi heitetyistä silmäluvuista ja satunnaismuuttujan  $Y$  arvo pienempi heitetyistä silmäluvuista.

- (a) Muodosta satunnaismuuttujien  $X$  ja  $Y$  yhteisjakautuma
- (b) Muodosta satunnaismuuttujien  $X$  ja  $Y$  reunajakautumat
- (c) Laske satunnaismuuttujien  $X$  ja  $Y$  kovarianssi ja korrelaatio
- (d) Ovatko satunnaismuuttujat  $X$  ja  $Y$  riippumattomat? Perustele vastauksesi

**Tehtävä 3.** Laatikossa on kymmenen palloa joista yksi on musta ja yhdeksän valkoisia. Kuinka monta nostoa laatikosta pitää tehdä, että saadaan ainakin yksi musta pallo vähintään 50% todennäköisyydellä kun nostot tehdään

- (a) palauttaen,
- (b) palauttamatta?

**Tehtävä 4.**

- (a) Tuotantolinjan tuottamien komponenttien pituus on normaalisti jakatunut odotusarvolla 12 ja keskihajonnalla 2 (yksikkö millimetri). Laske todennäköisyys jolla satunnaisesti valitun komponentin pituus on yli 10.5 ja alle 13.5 millimetriä.
- (b) Tuotantolinjan tuottamien komponenttien paino on normaalisti jakautunut odotusarvolla  $\mu$  ja keskihajonnalla 1 (yksikkö gramma). Mikä odotusarvon tulisi olla että satunnaisesti valitun tuotteen paino on alle 9.7 grammaa 99% todennäköisyydellä?
- (c) Olkoon  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Oletetaan että  $P(X \leq -0.5) = 0.4$  ja  $P(X \leq 1.2) = 0.7$ . Määritä  $\mu$  ja  $\sigma$ .