

TILM3553 - TODENNÄKÖISYYSLASKENNAN PERUSKURSSI: TENTTI
(18.12.2019, 3 TUNTIA)

Sallitut apuvälineet. Laitoksen ohjeiden mukainen laskin, todennäköisyysslaskennan kaavakokoelma, MAOL-taulukkokirja

Tehtävä 1. Eräällä tieosuudella keskimäärin joka viidestoista autoilija ajaa ylinopeutta. Poliisi tekee nopausvalvontaa tällä tieosuudella käyttäen automaattikameraa. Kameran tutkassa on mittausvirhe, jonka vuoksi laitteen antama tulos (ylinopeus tai ei ylinopeutta) on virheellinen keskimäärin yhdessä tapauksessa kahdestatoista. Millä todennäköisyydellä umpimähkään valittu, kameran ylinopeudeksi raportoima tapaus ei tosiasiaassa ollut ylinopeustapaus?

Tehtävä 2. Heitetään tasapainoista noppaa kerran. Määritellään satunnaismuuttujat X ja Y . Satunnaismuuttujan X arvo on heitetty silmäluku kerrottuna kahdella. Satunnaismuuttujan Y arvo on 1 jos silmäluku on pariton, muissa tapauksissa arvo on 3. Määritä summan $X + Y$ pistetodennäköisyysfunktio, odotusarvo sekä varianssi.

Tehtävä 3. Hyvin sekoitetusta pakasta (52 korttia) jaetaan kaksi korttia. Määritellään satunnaismuuttujat X ja Y seuraavasti: satunnaismuuttujan X arvo on jaettujen patojen lukumäärä ja satunnaismuuttujan Y arvo on jaettujen ässien lukumäärä. Määritä satunnaismuuttujien X ja Y yhteispistetodennäköisyysfunktio, reunapistetodennäköisyysfunktiot sekä korrelaatiokerroin.

Tehtävä 4. Lähetetään informaatiokanavaa pitkin kahdeksan merkkiä pitkä binäärisana (binäärisana on merkeistä 0 ja 1 muodostuva jono). Kanava aiheuttaa vastaanotettuun sanaan virheitä seuraavasti: kunkin kanavaan lähetetyn merkin kohdalla on todennäköisyys $\frac{19}{100}$, että merkki vaihtuu.

- (a) Millä todennäköisyydelle vastaanotetussa sanassa on vaihtunut vähintään kolme merkkiä?
- (b) Kuinka monta kertaa sana pitää vähintään lähettää kanavaan, että jokin vastaanotetuista sanoista on virheetön ainakin todennäköisyydellä $\frac{95}{100}$?