

TILM3555: Tilastollisen päättelyn peruskurssi
Tentti 13. 6. 2018

Huom. Kokeessa ei saa käyttää omia taulukoita, kaavakirjoja tai muuta kirjallista materiaalia. Laskin sallitaan.

1. Selosta, mihin luokkiin tilastollisten muuttujien mitta-asteikot jaetaan ja mainitse yksi tai kaksi yleisesti tunnettua esimerkkiä kuluunkin luokkaan kuuluvista muuttujista.

2. Tuntemattoman etäisyyden μ mittaamiseksi on käytettävissä mittari, jonka mittausvirhe on normaalisti jakautunut, odotusarvona 0 ja keskihajontana 1. Mittaustulosta voidaan siis mallintaa satunnaismuuttujalla, joka noudattaa jakaumaa $\text{Normal}(\mu, 1)$.

Tehdään 10 toisistaan riippumatonta etäisyysmittausta, satunnaismuuttujina X_1, \dots, X_{10} . Miten niiden keskiarvo \bar{X} on jakautunut? Lasko likiarvo todennäköisyydelle

$$P(|\bar{X} - \mu| \leq 0.1)$$

eli sille, että mittausten keskiarvo poikkeaa todellisesta etäisyydestä korkeintaan 0.1 yksikköä.

3. Havaintoaineisto x_1, \dots, x_n on satunnaisotos populaatiosta, joka noudattaa normaali-jakaumaa $\text{Normal}(\mu, \sigma^2)$ ja jossa sekä μ että σ^2 ovat tuntemattomia. Halutaan testata hypoteeseja $H_0: \mu = \mu_0$ ja $H_v: \mu > \mu_0$, jossa μ_0 on tunnettu luku. Kurssilla on opittu, että testaus perustuu testisuureeseen

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}.$$

a) Esitä tunnusluvun s määritelmä ja kerro, mitä nimitystä siitä käytetään.

b) Mitä jakaumaa t :tä vastaava satunnaismuuttuja T noudattaa, kun H_0 on voimassa?

c) Esitä huolellisesti, miten tai millä kaavalla testin p-arvo lasketaan.

4. Populaatiosta poimitussa otoksessa ($n = 500$) havaittiin naisten ja miesten koulutusasteiden jakautuvan seuraavasti:

| | perusaste | keskiaste | korkea-aste | ylhteensä |
|--------|-----------|-----------|-------------|-----------|
| naisia | 40 | 115 | 85 | 240 |
| miehiä | 65 | 115 | 80 | 260 |

Voidaanko havaintojen perusteella päätellä, että sukupuolen ja koulutusasteen välillä on riippuvuutta populaatiotasolla? Testaa asiaa sopivalla testillä ja merkitsevyytasolla 0.05.

Kaavoja ym:

$$H = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{(F_{i,j} - E_{i,j})^2}{E_{i,j}} \sim \chi^2((r-1)(s-1))$$

Liitteenä on standardinormaalijakauman kertymäfunktion taulukko ja χ^2 -jakauman yläkvantiilien taulukko.