

TILM3555: Tilastollisen päättelyn peruskurssi
Tentti 27. 2. 2018

Huom. Kokeessa ei saa käyttää omia taulukoita, kaavakirjoja tai muuta kirjallista materiaalia. Laskin sallitaan. Tentin tulokset valmistuvat 17. 3. mennessä.

1. Havaintoaineisto koostuu seuraavista kymmenestä kokonaisluvusta:

4 3 6 2 6 12 9 4 7 5

a) Määritä aineiston mediaani ja kvartiilit.

b) Piirrä aineistoa kuvaava Tukeyn laatikko-janakuvio. [Apu. Tähän liittyviä kaavoja ovat $q_d = q(0.25) - 1.5q_r$ sekä $q_u = q(0.75) + 1.5q_r$. Sinun tulee tietää, mitä niissä esiintyvät symbolit tarkoittavat.]

$\hat{p} = \frac{160}{500}$

$n = 500$

2. Korkea-asteen tutkinnon suorittaneiden suhteellinen osuus p populaatiossa on tuntematon ($0 < p < 1$). Sen estimoimiseksi poimittiin 500 henkilön satunnaisotos, jossa havaittiin olevan 160 korkea-asteen tutkinnon suorittanutta. Laske p :n tavanomainen piste-estimaatti ja (likimääräinen) 95 %:n luottamusväli.

$2 Z_{0.025} \cdot SE$

$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

3. Havaintoaineisto x_1, \dots, x_n on satunnaisotos populaatiosta, joka noudattaa normaali-jakaumaa $N(\mu, \sigma^2)$ (monisteessa $\text{Normal}(\mu, \sigma^2)$) ja jossa sekä μ että σ^2 ovat tuntemattomia. Halutaan testata hypoteeseja $H_0: \mu = \mu_0$ ja $H_v: \mu > \mu_0$, jossa μ_0 on tunnettu luku. Kurssilla on opittu, että testaus perustuu testisuureeseen

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

a) Esitä tunnuslukujen \bar{x} ja s määritelmät ja kerro, mitä nimityksiä niistä käytetään.

b) Mitä jakaumaa t :tä vastaava satunnaismuuttuja T noudattaa, kun H_0 on voimassa?

c) Esitä huolellisesti, miten tai millä kaavalla testin p -arvo lasketaan.

$2 Z_{0.025} \cdot SE$

4. Populaatiosta poimitussa otoksessa ($n = 500$) havaittiin naisten ja miesten koulutusasteiden jakautuvan seuraavasti:

	perusaste	keskiaste	korkea-aste	yhteensä
naisia	40	120	80	240
miehiä	65	115	80	260

$T = \text{testi}$

Voidaanko havaintojen perusteella päätellä, että sukupuolen ja koulutusasteen välillä on riippuvuutta populaatiotasolla? Testaa asiaa sopivalla testillä ja merkitsevyytasolla 0.05.

Kaavoja ym:

$$SE(\hat{P}) = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \quad H = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{(F_{i,j} - E_{i,j})^2}{E_{i,j}} \sim \chi^2((r-1)(s-1))$$

T_{testi}

$P(Z \geq 1.96) \approx 0.025$, kun $Z \sim N(0, 1)$.

Kääntöpuolella on χ^2 -jakauman yläkvantiilien taulukko.



Khin-neliö(v)-jakaumien p -yläkvanttileja $q_p^{(v)}$ eri vapausasteilla v .

$$P(Q \geq q_p^{(v)}) = p, \text{ kun } Q \sim \chi^2(v)$$

v	p								
	0.99	0.975	0.95	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
1	0.000	0.001	0.004	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828
2	0.020	0.051	0.103	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597	13.816
3	0.115	0.216	0.352	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838	16.266
4	0.297	0.484	0.711	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860	18.467
5	0.554	0.831	1.145	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750	20.515
6	0.872	1.237	1.635	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548	22.458
7	1.239	1.690	2.167	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278	24.322
8	1.646	2.180	2.733	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955	26.124
9	2.088	2.700	3.325	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589	27.877
10	2.558	3.247	3.940	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188	29.588
11	3.053	3.816	4.575	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757	31.264
12	3.571	4.404	5.226	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300	32.909
13	4.107	5.009	5.892	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819	34.528
14	4.660	5.629	6.571	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319	36.123
15	5.229	6.262	7.261	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801	37.697
16	5.812	6.908	7.962	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267	39.252
17	6.408	7.564	8.672	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718	40.790
18	7.015	8.231	9.390	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156	42.312
19	7.633	8.907	10.117	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582	43.820
20	8.260	9.591	10.851	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997	45.315
21	8.897	10.283	11.591	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401	46.797
22	9.542	10.982	12.338	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796	48.268
23	10.196	11.689	13.091	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181	49.728
24	10.856	12.401	13.848	33.196	36.415	39.364	42.980	45.559	51.179
25	11.524	13.120	14.611	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928	52.620
26	12.198	13.844	15.379	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290	54.052
27	12.879	14.573	16.151	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645	55.476
28	13.565	15.308	16.928	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993	56.892
29	14.256	16.047	17.708	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336	58.301
30	14.953	16.791	18.493	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672	59.703
31	15.655	17.539	19.281	41.422	44.985	48.232	52.191	55.003	61.098
32	16.362	18.291	20.072	42.585	46.194	49.480	53.486	56.328	62.487
33	17.074	19.047	20.867	43.745	47.400	50.725	54.776	57.648	63.870
34	17.789	19.806	21.664	44.903	48.602	51.966	56.061	58.964	65.247
35	18.509	20.569	22.465	46.059	49.802	53.203	57.342	60.275	66.619
36	19.233	21.336	23.269	47.212	50.998	54.437	58.619	61.581	67.985
37	19.960	22.106	24.075	48.363	52.192	55.668	59.893	62.883	69.346
38	20.691	22.878	24.884	49.513	53.384	56.896	61.162	64.181	70.703
39	21.426	23.654	25.695	50.660	54.572	58.120	62.428	65.476	72.055
40	22.164	24.433	26.509	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766	73.402