

# Tietorakenteet ja algoritmit / Tentti 2020–01–13

**HUOM!** Tentissä saa käyttää apuna tavallista ei-ohjelmoitavaa funktiolaskinta.

1. a) Pitävätkö seuraavat väitteet paikkansa? *Osoita kukin yksittäinen väite joko oikeaksi etsimällä jotkin aidosti positiiviset reaalilukuvakiot  $c_1$  ja  $c_2$  (vain  $c_2$ , jos väitteessä esiintyy ordo-merkintä) sekä jokin syötteen koko  $n_0 \in \mathbb{N}$  siten, että  $0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$  aina, kun  $n \geq n_0$ , tai virheelliseksi toteamalla perustellusti, ettei jotain kyseisistä arvoista pystytä löytämään.*

i)  $f(n) = 8n^2 - 2n - 14 = \mathcal{O}(n^2)$  (1 piste)

ii)  $f(n) = n^3 + 5n - 20 = \mathcal{O}(n^4)$  (1 piste)

iii)  $f(n) = n^2 \log_2 n + 1 = \mathcal{O}(n^2)$  (1 piste)

- b) Ratkaise iteroimalla rekursioyhtälö  $T(n) = T(n-1) + 3n + 1$ , kun tiedetään, että  $T(0) = 6$ . (3 pistettä)

2. Tarkastele *kekolajittelua*. Selvitä vastauksessasi, mitä eri vaiheita siihen kuuluu ja kuvaile algoritmin suoritusta alkutilanteesta alkaen lajittelun valmistumiseen asti. Analysoi myös menetelmän aikavaativuus parhaassa ja pahimmassa tapauksessa. (6 pistettä)

3. a) Esitä *limityslajittelun* toiminta syötevektorille

$$A = 36, 22, 17, 45, 29, 2, 53, 54, 87, 12, 44. \quad (3 \text{ pistettä})$$

- b) Esitä *lisäyslajittelun* toiminta samaiselle syötevektorille. (3 pistettä)

4. Selvitä hyvin perustellen seuraavien tehtävien *pahimpien tapauksen aikavaativuudet*, kun syötteeksi annettavan *kokonaislukuvektorin*  $A$  pituutena on  $n$  ( $n > 0$ ) ja tehtävän ratkaisemiseen käytetään kulloinkin tehokkainta tapaukseen soveltuvaa algoritmia. Pyri vastauksessasi mahdollisimman tiukkaan suoritusajan ylärajaan.

- a) mielivaltaisen kokonaisluvun  $x$  etsintä vektorista  $A$ , kun  $A$ :n alkioiden järjestyksestä ei tiedetä ennalta mitään (1 piste)

- b) mielivaltaisen kokonaisluvun  $x$  etsintä vektorista  $A$ , kun  $A$ :n alkiot on järjestetty ei-vähenevään suuruusjärjestykseen (1 piste)

- c) vektorin  $A$  kolmanneksi suurimman alkion etsiminen olettaen, että  $A$ :n alkioiden järjestyksestä ei tiedetä ennalta mitään ja että tehtävä on hyvin määritelty, eli  $n \geq 3$  (1 piste)

- d) vektorin  $A$  pienimmän alkion etsintä, kun  $A$  on lajiteltu ei-kasvavaan suuruusjärjestykseen (1 piste)

- e) vektorin  $A$  lajittelemisen ei-vähenevään suuruusjärjestykseen, kun  $A$ :n alkioiden arvoista ja järjestyksestä ei tiedetä ennalta mitään (2 pistettä)

5. *Hajautustaulut ja vaihtoehdot niiden toteuttamiseksi*. Esittele, mitä hajautustauluilla tarkoitetaan ja millä tavoin niitä voidaan muodostaa/ylläpitää. Esittele myös tekniikoita mahdollisten osoitetörmäysten hallitsemiseksi. (6 pistettä)