

Tietorakenteet ja algoritmit / Tentti 2016-12-19

HUOM! Tentissä saa käyttää apuna tavallista ei-ohjelmoitavaa funktiolaskinta.

1. a) Erään algoritmin suoritusaikaa esittää lauseke $T(n) = 4n^2 - 8n + 11$, missä n kuvaa syötteen kokoa. Osoita määrämällä sopivat vakiot $c_1, c_2 \in R_+$ ja $n_0 \in N$, että $T(n) = O(n^2)$. Selvitä tämän lisäksi vielä hyvin perustellen, pitääkö myös väite $T(n) = O(n^3)$ paikkansa samaiselle suoritusaikausekkeelle? (3 pistettä)
- b) Ratkaise *rekursioyhtälö* $T(n) = 4T(n/2) + 5$, kun tiedetään, että $T(1) = 6$. Voit olettaa yksinkertaisuuden vuoksi, että syötteen koko n on kakkosen potenssi. (3 pistettä)
2. a) Esitä uskottavat perustelut sille, miksi yksikään *parittaisiin alkiovertailuihin perustuva lajittelumenetelmä* ei voi pahimmassa tapauksessa toimia tehokkaammin kuin ajassa $O(n \log_2 n)$. (3 pistettä)
- b) Kuvaile *lisäslajittelualgoritmin* toimintaa ja analysoi sen suoritus aika parhaassa ja pahimmassa tapauksessa. (3 pistettä)
3. Esitä, miten
 - a) *laskentalajittelualgoritmin suoritus* (3 pistettä) ja
 - b) *pikalajittelun ensimmäinen partitiointikerta* (3 pistettä)etenevät, kun syötteenä annetaan vektori $A = 3, 10, 6, 2, 4, 9, 3, 8, 11, 1, 2, 5, 7$. Voit olettaa tehtävän a-kohdassa, että lajiteltavien lukujen tiedetään olevan vaihteluväliltä $[0..12]$. Vastaavasti b-kohdassa käytetään luennoilla esiteltyä *satunnaistamatonta partitiointia* valitsemalla aina syötteen viimeinen alkio ehdoitta sarana- eli pivot-alkioksi.
4. *Prioriteettijonot ja niiden ylläpitäminen keon avulla*. Kuvaile vastauksessasi muun muassa, miten tapahtuvat uuden työn lisääminen jonoon, työn poistaminen jonosta sekä jonoon tallennetun työn prioriteetin kasvattaminen (pseudokoodeja ei tarvitse välttämättä kirjoittaa). Analysoi myös kyseisten operaatioiden aikavaativuus. (6 pistettä)
5. Tietorakenteet *pino* ja *jono* sekä niiden toteuttaminen *staattisen vektorin avulla*. Selvitä vastauksessasi pääpiirteittäin, miten niiden ylläpito tapahtuu vektorissa ja mikä on lisäys- ja poisto-operaatioiden aikavaativuus. (6 pistettä)