

Tietorakenteet ja algoritmit / Tentti 2016-10-31

HUOM! Tentissä saa käyttää apuna tavallista ei-ohjelmoitavaa funktiolaskinta.

1. a) Erään algoritmin suoritusaikaa esittää lauseke $T(n) = 2n^3 - 6n + 5$, missä n kuvaa syötteen kokoa. Osoita määräämällä sopivat vakiot $c_1, c_2 \in R_+$ ja $n_0 \in N$, että $T(n) = \mathcal{O}(n^3)$. Osoita tämän lisäksi vielä, että $T(n) \neq \mathcal{O}(n^2)$. (3 pistettä)
b) Ratkaise rekursioyhtälö $T(n) = T(n-1) + 3n - 11$, kun tiedetään, että $T(0) = 22$. (3 pistettä)
2. a) Selvitä, mikä on *tiukin mahdollinen pahimman tapauksen asymptoottinen aikavaativuus* seuraaville tehtäville. Perustele vastauksesi riittävän hyvin (pelkkä vastaus ilman selkeitä perusteluja antaa nolla pistettä vaikka se olisikin oikea). Jokainen kohdista on 1 pisteen arvoinen.
 - i) *Yksittäisen kokonaisluvun x etsiminen* ei-vähenevään suuruusjärjestykseen lajitellusta kokonaislukuvektorista $A[1..n]$ ($n > 0$) olettaen, että koko vektori on täytettynä eikä siten sisällä yhtään tyhjiä paikkoja.
 - ii) *Toiseksi pienimmän alkion* etsiminen kokonaislukuvektorista $A[1..n]$ olettaen, että vektori on kokonaan täytetty ja noudattaa *maksimikekojärjestystä*. Lisäksi tiedetään, että $n \geq 2$.
 - iii) Arvon *54* kaikkien esiintymien korvaaminen nolilla kokonaislukutaulukossa A , joka on 2-ulotteinen sisältäen n ($n > 0$) riviä ja saraketta. Lisäksi tiedetään, että taulukko voi olla järjestämätön ja että siinä ei ole tyhjiä soluja.
 - iv) *Kokonaislukuvektorin $A[1..n]$ lajitteleminen* ei-vähenevään suuruusjärjestykseen käyttäen *limityslajittelua*. Nytkin oletetaan, että vektorin kaikki paikat ovat käytössä ja $n > 0$.
- b) Esitä *jokin algoritmi*, joka saa syötteen n ($n > 0$) alkioita ja toimii *vakioajassa* $\mathcal{O}(1)$. (2 pistettä)
3. Esitä, miten syötteen $A = 3, 25, 8, 17, 33, 11, 4, 20$ lajittelu alkutilanteesta ei-vähenevään suuruusjärjestykseen etenee käyttämällä menetelmänä
 - a) *lisäyslajittelua* (3 pistettä)
 - b) *kekolajittelua*. (3 pistettä)
4. Tarkastele *linearisessa ajassa tapahtuvaa lajittelua*. Selvitä vastauksessasi, millaisin edellytyksin tämä on mahdollista ja esittele menetelmiä, joita tähän tavoitteeseen pääsemiseksi voitaisiin käyttää vaadittujen reunaehtojen täytyessä. (6 pistettä)
5. *Hajautustaulut ja niiden eri toteuttamistavat*. Tarkastele vastauksessasi vaihtoehtoisia tapoja hajautustaulujen toteuttamiseksi sekä osoitetörmäysten hallintaa varten. Puntaroi eri tekniikoiden etuja ja puutteita. (6 pistettä)