

TILM3568 Todennäköisyyslaskenta sivuaineopiskelijoille
2. tentti 23.01.2017.

Handwritten notes in the top right corner showing combinations of letters A and B, such as ABBA, ABBB, ABBB, BAAB, BAAA, A, B, BBB, AAA, and B.

Ratkaise alla olevista tehtävistä neljä tehtävää.
Arvioinnissa huomioidaan neljä parasta, mikäli ratkaisit useamman.
Käytä ratkaisussa mahdollisimman selkeitä merkintätapoja.

1) Eräessä populaatiossa 10% ovat rikkaita, 5% ovat kuuluisia ja 3% ovat sekä rikkaita että kuuluisia. Valitaan satunnaisesti yksi yksilö kyseisestä populaatiosta. Mikä on todennäköisyys, että valittu yksilö

- a) on rikas mutta ei kuuluisa,
- b) on kuuluisa mutta ei rikas,
- c) on rikas tai kuuluisa,
- d) ei ole rikas,
- e) ei ole kuuluisa,
- f) ei ole rikas eikä kuuluisa.

Handwritten calculations for question 1:

$$P(4) = \frac{1}{8}$$

$$P(3) = \frac{4}{8}$$

$$P(0) = \frac{1}{8}$$

$$P(1) = \binom{4}{1} \cdot \frac{1}{8} = 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{4}{8}$$

$$P(2) = \binom{4}{2} \cdot 0,5^4 = \frac{6}{8}$$

Ratkaise tehtävä todennäköisyyslaskennan merkintöjä käyttäen ja piirrä tehtävästä myös Venn-diagrammi.

2) Meillä nopat A, B, C ja D, jotka ovat seuraavanlaisia:

- Nopassa A on neljällä taholla silmäluku 4 ja kahdella silmäluku 0,
- nopassa B on kaikilla tahoilla silmäluku 3,
- nopassa C on neljällä taholla silmäluku 2 ja kahdella silmäluku 6,
- nopassa D on neljällä taholla silmäluku 5 ja kahdella silmäluku 1.

Jos siis heitetään esimerkiksi noppaa A, saadaan silmäluku 0 todennäköisyydellä 1/3. Kun heitetään kahta noppaa A ja B, niin A voittaa B:n, jos A:n silmäluku on suurempi kuin B:n. Millä todennäköisyydellä

- a) B voittaa C:n,
- b) C voittaa D:n,
- c) D voittaa A:n?

Handwritten calculation for question 2c:

$$e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$P(A) = 1.96$$

3) Oletetaan, että 20% autoilijoista ajaa ylinopeutta tietyllä tieosuudella. Jokaisen auton nopeus mitataan tutkalla. Tutka tunnistaa 90% todellisista ylinopeuksista ja ilmoittaa virheellisesti 15% nopeusrajoitusta noudattavista ylinopeutta ajaviksi.

- a) Millä todennäköisyydellä tutka ilmoittaa ylinopeuden?
- b) Millä todennäköisyydellä tutkan ilmoittama ylinopeus on todellinen ylinopeus?

Handwritten formula for question 3b:

$$\frac{P(A \cap D)}{P(D)}$$

$$\frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(D)}$$

4) Kone tekee viallisia tuotteita todennäköisyydellä 0,2. Eräänä päivänä kone tekee 10 tuotetta.

- a) Mikä on todennäköisyys, että viallisia tuotteita löytyy korkeintaan 2 kpl?
- b) Mikä on todennäköisyys, että viallisia tuotteita löytyy vähintään 1 kpl?
- c) Mikä on odotusarvo viallisten tuotteiden lukumäärälle?

Handwritten calculation for question 4c:

$$10 \cdot 0,2$$

5) Tutkimusten perusteella voidaan olettaa, että syntyvän poikalapsen paino X noudattaa normaalijakaumaa keskiarvolla 3 600 g ja keskihajonnalla 585 g.

- a) Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valittu vastasyntynyt poika painaa 2 500 g - 4 500 g?
- b) Millä keskihajonnalla 95% syntyneistä poikalapsista on painoltaan 2 800 g - 4 400 g?

Handwritten calculation for question 5a:

$$\binom{10}{2} 0,2^2 \cdot 0,8^8$$

Handwritten calculation for question 5b:

$$P\left(\frac{2800-3600}{585} < \frac{X-3600}{585} < \frac{4400-3600}{585}\right) = \frac{220}{117} \approx \frac{11}{6}$$