

Insinöörimatematiikka D

Tentti 3.3.2017

noin 3 tuntia

Tentissä saa olla mukana matematiikan kaava-arkki ja ei-graafinen, ei-symbolinen laskin.

Vastaa tehtävissä kaikkiin kohtiin.

1. (a) Taso T kulkee pisteiden $A = (0, 1, 1)$, $B = (1, 2, 3)$ ja $C = (-1, 0, 1)$ kautta. Mikä on tason yhtälö?

- (b) Laske tason T ja suoran L

$$x - 3 = \frac{y - 2}{-2} = \frac{z + 1}{2}$$

välinen kulma.

2. Lineaarikuvaus $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ kuvaa vektorit $\overset{a}{\mathbf{u}} = (1, 0, -1)$, $\overset{b}{\mathbf{v}} = (0, 1, 1)$ ja $\overset{c}{\mathbf{w}} = (2, 0, -1)$ seuraavasti:

$$f(1, 0, -1) = (3, 2, 0), \quad f(0, 1, 1) = (1, 0, 3) \quad \text{ja} \quad f(2, 0, -1) = (0, 5, 1).$$

- (a) Ilmoita avaruuden \mathbb{R}^3 mikä tahansa vektori (x, y, z) vektorien \mathbf{u} , \mathbf{v} ja \mathbf{w} lineaarikombinaationa.

- (b) Laske sitten $f(x, y, z)$.

3. (a) Laske matriisiin

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$$

ominaisarvot ja (b) niihin kuuluvat ominaisvektorit.

- (c) Ilmoita kääntyvä matriisi P ja diagonaalimatriisi D , joilla $A = PDP^{-1}$, ja laske P^{-1} ja e^{tA} .

4. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$xy' - y = 2x^2y \quad (x > 0)$$

alkuehdolla $y(1) = 2$.