

Insinöörimatematiikka D

Tentti 11.5.2017

noin 3 tuntia

Tentissä saa olla mukana matematiikan kaava-arkki ja ei-graafinen, ei-symbolinen laskin.

Vastaa tehtävissä kaikkiin kohtiin.

1. (a) Ovatko vektorit

$$\mathbf{u} = (2, 1, 1), \quad \mathbf{v} = (1, 2, -1), \quad \mathbf{w} = (1, 1, 0)$$

lineaarisesti riippumattomat?

- (b) Suorat

$$L_1 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad \text{ja} \quad L_2 : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 + t \\ z = 3t \end{cases}$$

ovat samassa tasossa. Mikä on tason yhtälö?

2. Lineaarikuvaus $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ kuvaa vektorit $\mathbf{u} = (1, 1, 0)$, $\mathbf{v} = (0, 1, -2)$ ja $\mathbf{w} = (1, 2, -1)$ seuraavasti:

$$f(1, 1, 0) = (1, 2, 0), \quad f(0, 1, -2) = (1, 0, 3) \quad \text{ja} \quad f(1, 2, -1) = (1, 0, 0).$$

- (a) Ilmoita avaruuden \mathbb{R}^3 mikä tahansa vektori (x, y, z) vektorien \mathbf{u} , \mathbf{v} ja \mathbf{w} lineaarikombinaationa.

- (b) Laske sitten $f(x, y, z)$.

3. Olkoon A matriisi

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 12 & -7 \end{pmatrix}$$

- (a) Laske matriisin A ominaisarvot. (4 p)

- (b) Laske ominaisarvoihin kuuluvat ominaisvektorit. (4 p)

- (c) Ilmoita kääntyvä matriisi P ja diagonaalimatriisi D , joilla $A = PDP^{-1}$. (2 p)

- (d) Laske A^k kaikilla luvuilla $k = 1, 2, 3, \dots$ (2 p)

4. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y' - 8y = 4x^3y$$

alkuehdolla $y(-2) = 3$.