

# Insinöörimatematiikka D

## Demonstratio 5, 14.2.2017

1. Millä parametrin  $a$  arvolla vektorit  $\mathbf{u} = (3, -3a, 5)$  ja  $\mathbf{v} = (2, a-1, a+3)$  ovat (a) kohtisuorat, (b) samansuuntaiset?
2. Sievennä seuraavat reaalisen vektoriavaruuden vektorit käyttäen pistetulon ja ristitulon laskusääntöjä

$$(a) \quad (\mathbf{u} + \mathbf{v}) \times (\mathbf{u} - \mathbf{v}),$$

$$(b) \quad (\mathbf{u} - \mathbf{v}) \cdot ((\mathbf{v} - \mathbf{w}) \times (\mathbf{w} - \mathbf{u})).$$

3. Kuinka suuren kulman tason  $x + 5y - 7z + 2 = 0$  normaali muodostaa suoran

$$\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

kanssa? Mikä on tason ja suoran välinen kulma?

4. Miten skalaarikolmitulon avulla voi tarkistaa, onko avaruuden  $\mathbb{R}^3$  kolme vektoria samassa tasossa? Laske, ovatko pisteet  $A = (1, 0, 2)$ ,  $B = (-1, 1, 0)$ ,  $C = (0, 2, 1)$  ja  $D = (1, 1, 2)$  samassa tasossa. Jos ovat, laske tason yhtälö.
5. Ratkaise  $y'' = te^t$  alkuehdoilla  $y(0) = 0$  ja  $y'(0) = 1$ .
6. Osoita, että differentiaaliyhtälö

$$xy' - y = 2x^2y$$

on separoituva ja etsi alkuehdon  $y(1) = 1$  toteuttava ratkaisu.

7. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$(1+x)y' + y = \cos x$$

alkuehdolla  $y(0) = 1$ , kun  $x > -1$ .

8. (Bonustehtävä) Piirrä differentiaaliyhtälöä

$$y' = (y-1)(y+1)$$

vastaava suuntakenttä suorakulmiossa  $[0, 2] \times [-2, 2]$ . (Piirrä siis funktion  $y$  kuvaajan kulmakerroin jokaiseen kokonaislukupisteeseen.) Hahmottele integraalikäyrää, joka vastaa alkuehtoa (a)  $y(0) = 0$  ja (b)  $y(0) = -2$ . Ratkaise myös differentiaaliyhtälö annetuilla alkuehdoilla.