

Lineaarialgebra (sivuaineopiskelijat),  
1. välikoe, 22.10.2018

Koe kestää noin 3 tuntia. Kirjoita vastautesi perustelut ja välivaiheet näkyviin, pelkistä vastauksista (esimerkiksi laskimesta) ei saa pisteitä.

1. Millä reaaliluvun  $x$  arvoilla matriisi

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & x \\ 1 & x & 3 \end{pmatrix}$$

on säännöllinen?

2. a) Anna pisteiden  $(1, 2, -1)$  ja  $(-1, 0, 1)$  kautta kulkevan suoran standardiesitys. Ovatko pisteet  $(7, 8, -8)$  ja  $(-5, -4, 5)$  kyseisellä suoralla?  
b) Olkoot  $\mathbf{x} = (1, 1, 1)$  ja  $\mathbf{y} = (1, -1, 2)$ . Kuuluuko vektori  $\mathbf{z} = (2, -4, 5)$  aliavaruuteen  $L(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ ?
3. a) Laske ristitulon avulla vektoreiden  $(1, 2, 1)$  ja  $(3, 1, 1)$  määräämän suunnikkaan ala.  
b) Etsi kanta aliavaruudelle

$$U = \{(a + b + 2c, -a + 3b + 2c, 2a + b + 3c) \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$$

ja perustelee se tarkasti.

4. Mitä tarkoitetaan vektorien yhteenlaskun *kommutatiivisuudella*?

Jos  $3B^2 - B^3 - B = I$ , niin onko matriisi  $B$  säännöllinen?

Oletetaan, että avaruuden  $\mathbb{R}^3$  tason yhtälö on  $T : ax + by + cz = d$ , missä luvut  $a, b, c$  ja  $d$  ovat kiinnitettyjä. Etsi se tason piste, joka on lähinnä pistettä  $(1, 1, 1)$ .