

# Matematiikan peruskurssi 2

Tentti  
17.12.2018

- Tentti kestää 3 tuntia.
- Sallitut apuvälineet: Matematiikan kaavakokoelma; laskin, joka ei kykene graafiseen/symboliseen laskentaan.
- Vastaa siististi, ja erota eri tehtävät selkeästi toisistaan.

1. Määrittele täsmällisesti seuraavat käsitteet: funktio, injektio, surjektio. Anna esimerkki injektiivisestä funktiosta (perustele lyhyesti miksi antamasi funktio on injektiivinen).

2. Ratkaise yhtälöt/laske

a)  $\sin^2(x) = \frac{1}{2}$ ,      b)  $\sin(3x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,      c)  $\arccos(\cos(\frac{5\pi}{3}))$ .

3. Oletetaan, että tunnetaan tulon derivoimissääntö  $D(fg) = (Df)g + f(Dg)$  ja että  $D(x) = 1$ . Osoita induktiolla, että  $D(x^n) = nx^{n-1}$  kun  $n \geq 1$  on kokonaisluku.

4. (a) Laske raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$$

Mainitse mitä raja-arvojen laskusääntöjä sovellat.

(b) Laske suoraan erotusosamäärän raja-arvosta, että funktion  $f: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$  derivaattafunktio on  $f': (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ ,  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ . Muista, että  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ .

