

# Johdatus automaattien teoriaan

## Tentti 10.5.2021

1. (a) Olkoon  $\Sigma$  äärellinen aakkosto. Esitä aakkoston  $\Sigma$  sanojen joukolle  $\Sigma^*$  induktiivinen määritelmä.
- (b) Olkoon  $(F_n)_{n=0}^\infty$  ns. Fibonaccin lukujono. Osoita induktiolla, että

$$\sum_{i=0}^{n-1} F_{2i+1} = F_{2n}$$

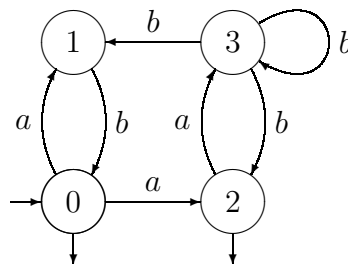
kaikilla  $n \in \mathbb{N}$ .

**(7 pistettä)**

2. (a) Esitä Boolean algebran osittaisen järjestyksen  $\leq$  määritelmä, ts. anna ehto sille, että  $a \leq b$ .
- (b) Olkoot  $a$  ja  $x$  Boolean algebran alkioita. Osoita, että jos  $x \leq a$  ja  $x \leq \bar{a}$ , niin  $x = 0$ .

**(7 pistettä)**

3. (a) Määrittele miten sana hyväksytään 1) deterministisessä äärellisessä automaatissa, ja 2) epädeterministisessä äärellisessä automaatissa. Mitä eroa sanojen hyväksymisessä on näissä kahdessa automaattityypissä?
- (b) Muuta alla oleva automaatti deterministiseksi käyttäen osajoukkokonstruktiota. Tunnistettavan kielen pitää pysyä samana.



**(8 pistettä)**

4. (a) Konstruoï deterministinen äärellinen automaatti, joka hyväksyy kielen

$$L = \{w \mid |w|_a \text{ on parillinen}\} \subseteq \{a, b\}^*.$$

Huom. Merkintä  $|u|_x$  tarkoittaa kirjaimen  $x$  lukumäärää sanassa  $u$ .

- (b) Osoita, että kieli  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a < |w|_b\}$  ei ole säännöllinen.

**(8 pistettä)**