

**Sallitut apuvälineet:** Kurssimateriaali ja laskin (graafinen ja symbolinen laskinkin käy)

**Tehtävien palautus:** Sähköpostilla luennoitsijalle klo 14:00 mennessä. Palauttaminen kannattaa aloittaa viimeistään klo 13:40. Myöhässä tulleita palautuksia ei oteta huomioon!

**MATEMAATTINEN OPTIMOINTI I**

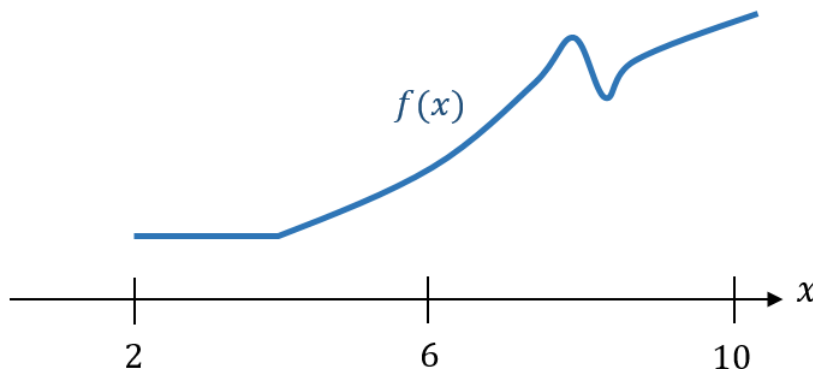
**Tentti**

**1.3.2021**

1. Ovatko seuraavat väittämät oikein vai väärin. **Muista perustella hyvin vastauksesi, sillä pelkästä kyllä/ei-vastauksesta ei saa pisteitä!**

- Lokaali maksimi voi joskus olla myös lokaali minimi.
- Lineaarisen minimointitehtävän globaalissa minimissä voidaan aina löytää parantava hakusuunta.
- Optimointitehtävän sallittu alue on  $S = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 + x_2 \geq 1 \text{ ja } 0.5x_1 + x_2 \leq 2\}$ . Tällöin pisteessä  $x = (0, 1)^T$  suunta  $\Delta x = (2, 2)^T$  on sallittu.
- Tarkastellaan kanonista optimointitehtävää sekä sille kirjoitettua standardimuotoa. Tällöin sallittu kantaratkaisu antaa aina jonkin kanonisen tehtävän kärkipisteen ja erityisesti kantamuuttujat vastaavat alkuperäisen tehtävän aktiivisia rajoitteita kyseisessä kärjessä.
- Tarkastellaan optimointitehtävää, jossa on mukana rajoite  $x_1 + 2x_2 - 5x_3 \leq 13$ . Kohdefunktion arvo huononee tai pysyy samana, jos oikean puolen kerrointa muutetaan arvosta 13 arvoon 15.
- Monitavoiteoptimointitehtävissä ratkaisu on harvoin yksikäsitteinen.

- Onko kuvan 1 funktio unimodaalinen minimoinnin ja/tai maksimoinnin suhteen välillä  $[2, 10]$ ? Entä välillä  $[2, 6]$ ? Hyvät sanalliset perustelut riittävät eli ominaisuuksia ei tarvitse todistaa matemaattisesti.
  - Onko kuvan 1 funktio konvekksi ja/tai konkaavi välillä  $[2, 10]$ ? Entä välillä  $[2, 6]$ ? Hyvät sanalliset perustelut riittävät eli ominaisuuksia ei tarvitse todistaa matemaattisesti.



Kuva 1: Funktio  $f$

c) Linearisoi alla oleva epälineaarinen optimointitehtävä

$$\begin{aligned} \min \quad & \max\{|x_1 + x_3|, 4x_2\} \\ \text{s. t.} \quad & x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

d) Muuta c)-kohdassa linearisoimasi tehtävä kanoniseen muotoon. Miten esität kanonisen tehtäväsi varsinaiset rajoitteet matriisimuodossa?

3. Suomalainen vaateyritys valmistaa tehtaallaan sekä sadetakkeja että toppatakkeja. Sadetakin myyntihinta on 400 euroa kappaleelta ja sen leikkaaminen vaatii tunnin, ompelu neljä tuntia ja viimeistely tunnin työaikaa. Toppatakin vastaavat luvut ovat 500 euroa, kaksi tuntia, kaksi tuntia ja tunti. Viikossa työaikaa on käytettävissä kaikkiaan leikkaamiseen 40 tuntia, ompeluun 120 tuntia ja viimeistelyyn 30 tuntia. Muotoile vaateyrityksen viikon tuotantosuunnitelma lineaariseksi optimointitehtäväksi, jossa maksimoidaan voitto. Ratkaise tehtävä käsin käyttäen Simplex-menetelmää.
4. Tarkastellaan edellistä tehtävää. Muodosta optimointitehtävän duaalitehtävä. Tämän lisäksi vastaa seuraaviin kysymyksiin (**muista perustella vastauksesi!**). Perusteluksi **EI kelpaa** CPLEXin tai muun vastaavan ohjelmiston tuloste.
- a) Mikä on duaalitehtävän ratkaisu ja vastaava kohdefunktion arvo?
  - b) Mihin työmuotoon tehtaan kannattaisi sijoittaa käytettävissä oleva yksi ylityötunti?
  - c) Millä välillä sadetakkien myyntihinta voi vaihdella ilman että ratkaisu muuttuu?
  - d) Varmistaaksen omat bonusjärjestelynsä vaateyrityksen johto vaatii, että tehtaassa on valmistettava vähintään 30 takkia viikossa. Onko tällä vaikutusta ratkaisuun?
  - e) Tehdas harkitsee uuden tuotteen, farkkutakin, valmistuksen aloittamista. Takin valmistaminen vaatii tunnin jokaista työvaihetta. Mikä pitäisi farkkutakin myyntihinta vähintään olla, että sen valmistaminen kannattaisi aloittaa?
-